PREPARAR OS TESTES 12

FÍSICA

Liga-te

ao **teu livro** com o código

escola virtual

Condições de acesso disponíveis em **www.escolavirtual.pt**

INTRODUÇÃO

"A Física é a aplicação da Matemática na compreensão do Mundo."

Esta é uma frase muitas vezes reproduzida, mas que não deixa de ser verdadeira. E esse é um dos aspetos fundamentais que torna o estudo da Física tão interessante: a possibilidade de compreender o mundo que nos rodeia e os fenómenos que nele ocorrem.

Este livro foi pensado para te dar um apoio no estudo desta disciplina.

Tem resumos concisos e esquemáticos da matéria, exercícios resolvidos, que explicam por passos o que fazer em cada exercício, e uma grande variedade de exercícios propostos que te permitirão praticar para obteres sucesso.

ÍNDICE

DOMÍNIO 1 Mecânica

ISBN 978-989-767-532-4

INTRODUÇÃO

Na realidade, é quase impossível ter bons resultados em Física sem praticar bastante a resolução de exercícios. O principal objetivo deste livro é permitir que os alunos tenham uma grande quantidade e qualidade de questões para atingir os seus objetivos.

Em cada capítulo, os exercícios estão separados por itens de escolha múltipla e de desenvolvimento. Alguns exercícios são um pouco mais desafiantes (eu costumo chamá-los "mais divertidos") e outros já saíram em exames nacionais (alguns com adaptações para corresponderem ao que se pretende nas Aprendizagens Essenciais). Encontras, ainda, questões sobre as atividades laboratoriais que constam do programa e algumas questões globalizantes que integram diversos conhecimentos. Ao longo do livro existem testes de avaliação com os respetivos critérios específicos de classificação e, no final, três testes globais.

Bom trabalho!

ÍNDICE

DOMÍNIO 2 Campos de forças

DOMÍNIO 3 Física Moderna

SUBDOMÍNIO 1

Cinemática e dinâmica da partícula a duas dimensões

O QUE DEVO SABER

RESUMO TEÓRICO

Cinemática da partícula a duas dimensões

- **Posição**, $\vec{r}$: vetor com início na origem do referencial e extremidade na posição da partícula nesse instante.

  Num movimento a três dimensões: $\boxed{\vec{r} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z}$

  Norma de um vetor:
  $\|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

  Se a partícula se encontrar em movimento, a sua posição varia com o tempo:
  $\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y + z(t)\,\vec{e}_z$ (Lei do movimento ou das posições)

- **Equações paramétricas** ou cartesianas do movimento: $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$

  A partir destas equações é possível classificar o movimento:

Dependência temporal (Grau em t)	Tipo de movimento no eixo	Exemplo
1.°	Uniforme	$z(t) = 2t + 2$
2.°	Uniformemente variado	$y(t) = t^2 - 5t$
Superior a 2	Variado	$x(t) = 2t^3 + 2t - 1$

- **Equação da trajetória:** obtém-se a partir das equações paramétricas, eliminando a variável tempo, t.

- **Deslocamento**, $\Delta\vec{r}$: vetor com origem na posição inicial e extremidade na posição final da partícula.

  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i \Leftrightarrow \Delta\vec{r} = (x_f - x_i)\,\vec{e}_x + (y_f - y_i)\,\vec{e}_y + (z_f - z_i)\,\vec{e}_z$

- **Velocidade média**, $\vec{v}_m$: deslocamento por intervalo de tempo. Tem a direção e sentido do deslocamento.

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}$$

RESUMO TEÓRICO

- **Velocidade** (instantânea), $\vec{v}$: derivada temporal do vetor posição. O seu módulo indica a rapidez com que uma partícula se desloca num instante. É tangente à trajetória e tem, em cada ponto, o sentido do movimento.

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \Leftrightarrow \vec{v} = \frac{dx}{dt}\,\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\,\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}\,\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = v_x\,\vec{e}_x + v_y\,\vec{e}_y + v_z\,\vec{e}_z$$

> Algumas derivadas úteis:
> - $k' = 0$
> - $(kt^x)' = xkt^{x-1}$
> - $(kt)' = k$
> - $(\sqrt{kt})' = \frac{(kt)'}{2\sqrt{kt}}$
>
> Cálculo de mais derivadas em anexo no final do livro.

- **Aceleração média**, $\vec{a}_m$: grandeza que corresponde à variação da velocidade num intervalo de tempo. Tem a direção e o sentido da variação da velocidade.

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}$$

- **Aceleração** (instantânea), $\vec{a}$: derivada temporal da velocidade.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\,\vec{e}_x + \frac{dv_y}{dt}\,\vec{e}_y + \frac{dv_z}{dt}\,\vec{e}_z$$

$$\vec{a} = a_x\,\vec{e}_x + a_y\,\vec{e}_y + a_z\,\vec{e}_z$$

> Produto escalar de dois vetores
>
> $\vec{v} \cdot \vec{a} = |\vec{v}|\,|\vec{a}|\cos\theta$
>
> Como $\vec{v} \cdot \vec{a} = v_x a_x + v_y a_y$
>
> Então: $\cos\theta = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{|\vec{v}|\,|\vec{a}|}$

- **2.ª Lei de Newton**

$$\boxed{\vec{F}_r = m\,\vec{a}}$$

$\vec{F}_r$ e $\vec{a}$ têm a mesma direção e sentido. Os seus valores são diretamente proporcionais; m é a constante de proporcionalidade.

- **Referenciais fixos e ligados à partícula**

Referencial	Quando usar	Força	Aceleração
Fixo	Forças com direção constante	$\vec{F}_r = F_x\,\vec{e}_x + F_y\,\vec{e}_y + F_z\,\vec{e}_z$	$\vec{a} = a_x\,\vec{e}_x + a_y\,\vec{e}_y + a_z\,\vec{e}_z$
Ligado à partícula	Forças variam de direção (movimento curvilíneo)	$\vec{F}_r = F_t\,\vec{e}_t + F_n\,\vec{e}_n$	$a = a_t\,\vec{e}_t + a_n\,\vec{e}_n$

- **Componentes normal e tangencial da aceleração**

Aceleração normal (centrípeta), $\vec{a}_n$: associada à variação da direção da velocidade. Direção perpendicular à velocidade (radial) e sentido centrípeto (para o centro da curva).

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{r}}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Pode simplificar-se a expressão obtida:

$$a_t = \frac{36t}{\sqrt{4(9t^2+1)}} \Leftrightarrow a_t = \frac{36t}{2\sqrt{9t^2+1}} \Leftrightarrow a_t = \frac{18\,t}{\sqrt{9t^2+1}}$$

Para o instante considerado, $t = 2$ s:

$$a_t = \frac{18 \times 2}{\sqrt{9 \times 2^2 + 1}} \Leftrightarrow a_t = 5{,}9 \text{ m s}^{-2}$$

Sendo o vetor aceleração a soma das componentes vetoriais tangencial e normal, temos:

$\vec{a} = a_t\,\vec{e}_t + a_n\,\vec{e}_n$

$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \Leftrightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2}$

Para $t = 2$ s: $a_n = \sqrt{6^2 - 5{,}9^2} \Leftrightarrow a_n = 1{,}1 \text{ m s}^{-2}$

4.2.2. $\vec{a} = 5{,}9\,\vec{e}_t + 1{,}1\,\vec{e}_n\ (\text{m s}^{-2})$

4.2.3. Para $t = 2$ s:

$\vec{v} = 12\,\vec{e}_x - 2\,\vec{e}_y\ (\text{m s}^{-1})$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{12^2 + (-2)^2} \Leftrightarrow \|\vec{v}\| = 12{,}2 \text{ m s}^{-1}$

$a_n = \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow 1{,}1 = \frac{12{,}2^2}{r} \Leftrightarrow r = 134{,}5 \text{ m}$

4.2.4. Para $t = 2$ s:

$\vec{v} = 12\,\vec{e}_x - 2\,\vec{e}_y\ (\text{m s}^{-1})$

$\|\vec{v}\| = 12{,}2 \text{ m s}^{-1}$

$\vec{a} = 6\,\vec{e}_x\ (\text{m s}^{-2})$

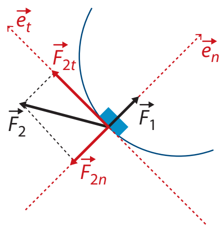
$\|\vec{a}\| = 6 \text{ m s}^{-2}$

O ângulo entre a velocidade e a aceleração pode calcular-se a partir do produto escalar entre os dois vetores: $\vec{v} \cdot \vec{a} = |\vec{v}|\,|\vec{a}| \cos\theta$

Como $\vec{v} \cdot \vec{a} = v_x a_x + v_y a_y \Leftrightarrow \vec{v} \cdot \vec{a} = 12 \times 6 + (-2) \times 0 \Leftrightarrow \vec{v} \cdot \vec{a} = 72$

Então: $\cos\theta = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{|\vec{v}|\,|\vec{a}|} \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{72}{12{,}2 \times 6} \Leftrightarrow \cos\theta = 0{,}98 \Leftrightarrow \theta = 10{,}4°$

5.1. F_2 pode ser decomposta nas suas componentes tangencial e normal



$F_{2t} = F_2 \cos 30° \Leftrightarrow F_{2t} = 40 \cos 30° \Leftrightarrow F_{2t} = 34{,}6 \text{ N}$

$F_{2n} = F_2 \operatorname{sen} 30° \Leftrightarrow F_{2n} = 40 \operatorname{sen} 30° \Leftrightarrow F_{2n} = 20 \text{ N}$

Assim, tendo em conta a segunda lei de Newton, pode calcular-se as componentes tangencial e normal da aceleração.

$F_{rt} = 34{,}6 \text{ N}$

$a_t = \frac{F_{rt}}{m} \Leftrightarrow a_t = \frac{34{,}6}{30} \Leftrightarrow a_t = 0{,}433 \text{ m s}^{-2}$

$F_{rn} = F_1 - F_{2n} \Leftrightarrow F_{rn} = 30 - 20 \Leftrightarrow F_{rn} = 10 \text{ N}$

$a_n = \frac{F_{rn}}{m} \Leftrightarrow a_n = \frac{10}{80} \Leftrightarrow a_n = 0{,}125 \text{ m s}^{-2}$

5.2. $a_n = \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow 0{,}125 = \frac{5^2}{r} \Leftrightarrow r = 200 \text{ m}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta.

Posição, equações paramétricas, trajetória, deslocamento, velocidade e aceleração

1. Uma partícula desloca-se com um movimento que pode considerar-se resultante da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: um, uniformemente acelerado ao longo do eixo dos *xx*; outro, uniforme ao longo do eixo dos *yy*.
Uma lei possível para descrever o movimento desta partícula pode ser traduzida pela equação:

(A) $\vec{r} = 2{,}0t^2\,\vec{e}_x + 1{,}0\,\vec{e}_y$ **(B)** $\vec{r} = 1{,}0t^2\,\vec{e}_x - 1{,}0t\,\vec{e}_y$ **(C)** $\vec{r} = 1{,}0t\,\vec{e}_x + 1{,}0t^2\,\vec{e}_y$

(D) $\vec{r} = 2{,}0\,\vec{e}_x + 2{,}0t^2\,\vec{e}_y$ **(E)** $\vec{r} = 2{,}0t\,\vec{e}_x + 1{,}0t\,\vec{e}_y$

GAVE, 2.ª Fase, 1998 (Prova 115)

2. Um drone, que se encontrava no solo, desloca-se 2 km no sentido ascendente, de seguida 4 km para norte e, depois, 3 km para oeste.

2.1. A distância a que o drone ficou do ponto de partida foi:

(A) 5,4 km **(B)** 9 km

(C) 3 km **(D)** 4,5 km

(E) 0 km

2.2. A distância percorrida pelo drone foi:

(A) 5,4 km **(B)** 9 km

(C) 3 km **(D)** 4,5 km

(E) 0 km

3. Escolha a opção correta:

(A) O deslocamento depende do referencial escolhido.

(B) O deslocamento tem a direção e o sentido da velocidade.

(C) A distância tem a direção e o sentido da velocidade.

(D) Num movimento retilíneo, a distância tem sempre o mesmo valor do deslocamento.

(E) Num movimento curvilíneo, a distância e o deslocamento podem ter o mesmo valor.

4. Uma esfera descreve um movimento numa superfície de acordo com as seguintes equações paramétricas:

$$\begin{cases} x(t) = 2t^2 \\ y(t) = t + 1 \end{cases}$$

4.1. Escolha a opção correta:

(A) O movimento é acelerado no eixo dos *xx*.

(B) O movimento é retardado no eixo dos *xx*.

(C) O movimento é uniforme no eixo dos *xx*.

(D) O movimento é acelerado no eixo dos *yy*.

(E) O movimento é retardado no eixo dos *yy*.

AGORA FAÇO EU

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

40. Desenvolvido como um método de treino que permite ultrapassar de forma rápida, eficiente e segura quaisquer obstáculos utilizando somente as habilidades e capacidades do corpo humano, o *parkour* foi desenvolvido, inicialmente, em França em meados do final da década de 1980. O termo é proveniente de uma adaptação da palavra original *parcours* e foi sugerido por um amigo de David Belle, que, em conjunto com alguns amigos de adolescência, é considerado como fundador do *parkour*.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Parkour (adaptado) – consultado em 27 de agosto de 2019

Um praticante de *parkour* pretende saltar de um pequeno muro de 50 cm de altura para outro de 1,8 m que se encontra a uma distância de 3 m. Determine a velocidade e o ângulo com que deverá saltar para concretizar o seu objetivo em 1 s. Despreze a resistência do ar.

41. Demonstre que, para um projétil lançado obliquamente em que a altura inicial e final são iguais, o alcance é máximo quando $\theta = 45°$.

42. Nelson Évora é um atleta português de triplo salto que conquistou a medalha de ouro nas Olimpíadas de Pequim 2008, além de muitas outras em campeonatos mundiais e europeus. O seu record atual, ao ar livre, é de 17,74 m e foi atingido quando conquistou a medalha de ouro no campeonato do mundo de Osaka em 2007.

A imagem seguinte simula esse salto. Suponha que nos dois primeiros saltos percorreu 10,94 m e que as imagens têm um intervalo de 0,3 s. Considerando que o último salto foi efetuado com um ângulo que permite a maximização do alcance, determine a velocidade de Nelson Évora quando inicia esse salto.

43. Um projétil é disparado do solo com velocidade $\vec{v} = 300\,\vec{e}_x + 100\,\vec{e}_y$ (m s^{-1}).
Determine:

43.1. A velocidade quando se encontra na altura máxima.

43.2. O ângulo de lançamento.

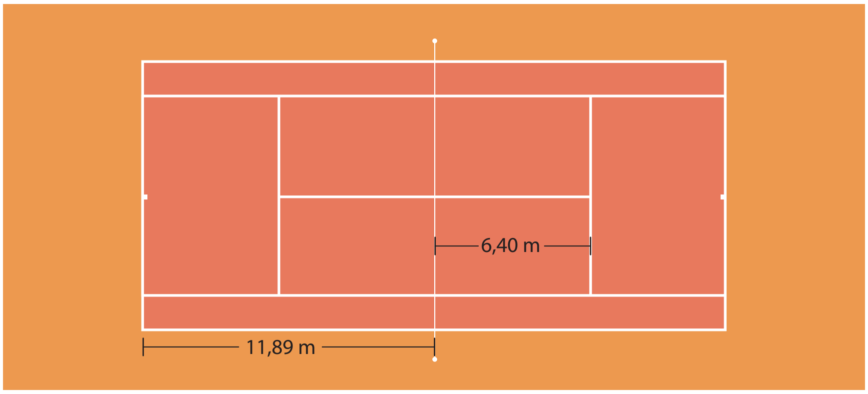
43.3. O valor da velocidade num ponto situado a $\frac{1}{3}$ da altura máxima.

43.4. O alcance do projétil.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

44. Roger Federer e Rafael Nadal são dois dos maiores tenistas de sempre. Até 2020, ambos conquistaram 20 títulos do "Grand Slam".

Num jogo entre os dois, Roger Federer faz um serviço em que a bola, depois de batida pela raquete, sai com uma velocidade de 200 km h^{-1}. A distância entre o tenista e a rede (que tem uma altura de 1 m) é de 11,89 m e a zona onde o serviço é válido tem 6,40 m de comprimento.



Se o serviço for feito com um ângulo de 7° no sentido descendente a uma altura de 2,9 m, verifique se o serviço é válido.

45. Um projétil é lançado com velocidade $\vec{v}_0$ fazendo com o eixo horizontal um ângulo de 60°. No ponto mais alto da trajetória o valor da velocidade do projétil é 10 m s^{-1}. Calcule:

45.1. o valor da velocidade inicial do projétil.

45.2. o alcance do projétil.

45.3. os instantes em que o projétil se encontra 2 m acima do ponto de lançamento.

46. Do cimo de uma torre de 15 m de altura atira-se uma bola com uma velocidade 8 m s^{-1} numa direção que faz 20° com a horizontal.
Determine o alcance da bola se:

46.1. tiver sido atirada para cima.

46.2. tiver sido atirada para baixo.

47. Do cimo de uma torre de 10 m de altura um rapaz atira, horizontalmente, uma pedra, atingindo um alcance de 50 m. Prove que o alcance máximo que o rapaz conseguiria atingir seria 135 m, supondo que o valor da velocidade inicial é o mesmo do lançamento horizontal.

48. Um rapaz pontapeia uma bola a partir do solo com velocidade $\vec{v}_0 = 6{,}0\,\vec{e}_x + 5{,}8\,\vec{e}_y$ (m s^{-1}) e esta atinge uma parede a 4,0 m de distância. Determine:

48.1. O tempo que a bola demora a atingir a parede.

48.2. A altura do impacto da bola com a parede.

48.3. O ângulo que o vetor velocidade faz com o eixo horizontal no instante do impacto.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

49. Um rapaz atira, obliquamente, uma bola com velocidade 10 m s^{-1} de modo a que ultrapasse um muro de altura 3 m acima do ponto de lançamento. Determine a distância máxima entre o rapaz e o muro.

50. Um canhão dispara, a partir do solo, um projétil com velocidade de 2000 km h^{-1} e uma direção de 45° com a horizontal. Determine a altura máxima a que um avião deverá estar para que o canhão o consiga atingir. Despreze os atritos.

51. Numa altura igual a metade da altura máxima, a velocidade de um projétil tem o valor igual a três quartos do seu valor inicial. Determine o ângulo que a velocidade inicial faz com a direção horizontal.

52. Um ciclista, que consegue atingir uma velocidade máxima de 40 km h^{-1}, aproxima-se de uma vala de 7 m de largura. Na margem existe uma rampa com inclinação de 10°. Ambas as margens estão à mesma altura.

52.1. O ciclista deve tentar o salto ou deverá parar? Justifique através de cálculos.

52.2. Qual a velocidade mínima da bicicleta para que o salto tenha sucesso?

53. Uma bola é batida por um taco de beisebol a uma altura de 1 m e é apanhada a 15 m de distância, a uma altura de 2 m, 2 s depois.

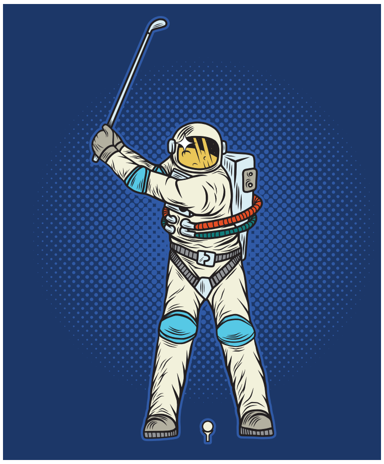
53.1. Determine as componentes horizontal e vertical da velocidade inicial.

53.2. Qual a altura máxima da bola?

53.3. Determine a velocidade final.

53.4. Qual é o ângulo do vetor velocidade com a horizontal quando a bola é apanhada?

54. Em fevereiro de 1971, o comandante da missão "Apollo 14", Alan Shepard experimentou jogar golfe na Lua.



A aceleração gravítica na Lua é $\frac{1}{6}$ da aceleração gravítica na superfície terrestre.

Assumindo que o fato espacial não alterou a sua capacidade de jogar e que na Terra, desprezando o atrito, a sua melhor tacada teve um alcance de 192 m, qual o alcance máximo atingido na Lua?

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

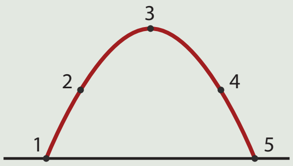
55. A batalha de Aljubarrota ocorreu em 1385 entre tropas portuguesas (com aliados ingleses) e o exército castelhano. Foi uma batalha fundamental para a derrota dos castelhanos e para a consolidação de D. João I como rei de Portugal. A aliança luso-britânica saiu reforçada e, mais tarde, foi consolidada com o tratado de Windsor e o casamento do rei com a D. Filipa de Lencastre.

Para a vitória nesta batalha foi determinante o auxílio dos arqueiros ingleses. Os arcos permitiam as flexas atingir um alcance máximo de 350 m. Se as flechas tiverem sido disparadas com um ângulo de 55° com a horizontal, qual a distância a que os arqueiros conseguiram atingir os soldados castelhanos?

AGORA FAÇO EU

Questões globalizantes

1. Um corpo é lançado do solo com uma velocidade de módulo 20 m s^{-1} fazendo um ângulo de 60° com a horizontal. A figura mostra a trajetória do corpo, estando assinalados alguns pontos ao longo do percurso.



1.1. Em qual dos pontos é maior o ângulo entre a velocidade e a aceleração?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3
(D) 4 **(E)** 5

1.2. Em qual dos pontos é maior o valor da aceleração normal?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3
(D) 4 **(E)** 5

1.3. Calcule o tempo que o corpo demora a atingir, pela primeira vez, metade da altura máxima.

1.4. Determine o ângulo que a velocidade faz com a horizontal quando o corpo atinge o solo.

1.5. Para o instante $t = 2$ s, determine o valor da aceleração normal.

2. Um projétil foi lançado com uma velocidade de 20 m s^{-1} e um ângulo de 70° com a horizontal. Para o instante $t = 2$ s determine:

2.1. A altura do projétil.

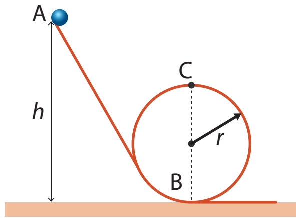
2.2. A velocidade do projétil.

2.3. As componentes normal e tangencial da aceleração.

2.4. O raio da circunferência que é envolvente à trajetória nesse instante.

Exemplo 2: *Looping*

As forças que atuam no corpo, ao longo do movimento, são o peso, $\vec{P}$, e a reação normal, $\vec{R}_N$. Para que consiga descrever o *looping* é necessário atingir o ponto C com um valor mínimo de velocidade.



No ponto C a resultante das forças é apenas normal e, para o valor mínimo de velocidade, $R_N = 0$ N

$$P = F_c \Leftrightarrow \cancel{m}g = \frac{\cancel{m}v_C^2}{r} \Leftrightarrow v_{C_{\min}} = \sqrt{gr}$$

Para determinar a velocidade mínima que o corpo deve ter no ponto mais baixo da trajetória circular, ponto B, aplica-se a Lei da Conservação da Energia Mecânica:

$$E_{m_B} = E_{m_C} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 + \cancel{m}gh_B = \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 + \cancel{m}gh_C \Leftrightarrow \frac{1}{2}v_B^2 + 0 = \frac{1}{2}gr + g2r \Leftrightarrow v_B = \sqrt{5gr}$$

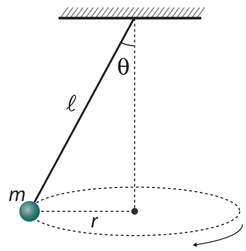
Aplica-se o mesmo raciocínio para determinar a altura mínima, h, de onde o objeto deve ser largado para conseguir fazer o *looping*, ponto A:

$$E_{m_A} = E_{m_C} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}gh_A = \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 + \cancel{m}gh_C \Leftrightarrow 0 + \cancel{g}h_A = \frac{1}{2}\cancel{g}r + \cancel{g}2r \Leftrightarrow h_A = \frac{5}{2}r$$

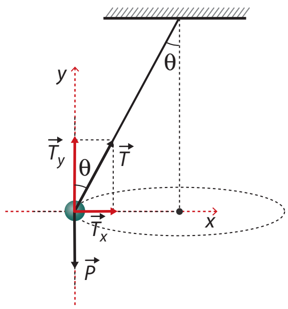
Movimento circular num plano horizontal

Exemplo 3: Pêndulo cónico

Desprezando a resistência do ar, as forças que atuam no pêndulo são o peso, $\vec{P}$, e a tensão, $\vec{T}$.



A análise deste tipo de pêndulo, implica o estabelecimento de um eixo vertical e outro horizontal, coincidente com a direção radial, de modo a analisar a componente centrípeta do movimento. Assim, e de acordo com a figura:



$$\begin{cases} F_{R_y} = 0 \\ F_{R_x} = F_c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_y = P \\ T_x = \dfrac{mv^2}{r} \end{cases} \begin{cases} T\cos\theta = mg \\ T\,\mathrm{sen}\,\theta = \dfrac{m\omega^2 r^{\cancel{2}}}{\cancel{r}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} T = \dfrac{mg}{\cos\theta} \\ T\,\cancel{\mathrm{sen}\,\theta} = m\omega^2 \ell\,\cancel{\mathrm{sen}\,\theta} \end{cases}$$

Relembre: $v = \omega r$
Repare: $r = \ell\,\mathrm{sen}\,\theta$

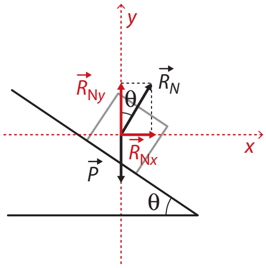
Pode concluir-se que a tensão é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade angular e inversamente proporcional a $\cos\theta$. Assim, a tensão aumenta com o aumento do ângulo, mas este não pode atingir o valor 90° porque a tensão teria um valor infinito.

RESUMO TEÓRICO

Exemplo 4: Limite de velocidade nas curvas

Para que um automóvel consiga descrever com segurança uma curva de raio r que faz um ângulo θ com a horizontal (relevé), a força tem de ter uma componente centrípeta que puxe o carro para o centro da curva. As forças que atuam no carro (desprezando o atrito) são o peso, $\vec{P}$, e a reação normal, $\vec{R}_N$:

$$\begin{cases} F_{R_x} = F_c \\ F_{R_y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_N \operatorname{sen}\theta = \dfrac{m\,v^2}{r} \\ R_N \cos\theta = m\,g \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dfrac{\cancel{m}\,g}{\cos\theta}\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\cancel{m}\,v^2}{r} \\ R_N = \dfrac{m\,g}{\cos\theta} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \sqrt{r\,g\tan\theta} \\ - \end{cases}$$

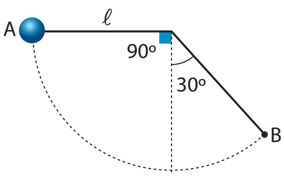
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Uma pequena esfera está suspensa por um fio inextensível de comprimento $\ell = 0{,}8$ m e massa desprezável. O pêndulo é afastado da vertical de um ângulo de 30°. A esfera é lançada dessa posição com velocidade $\vec{v}_A$, tangente à circunferência de centro O e dirigida para baixo. Despreze todas as forças dissipativas.

1.1. Calcule a altura da esfera quando se encontra na posição A.

1.2. Determine o valor mínimo da velocidade $\vec{v}_A$ para que a esfera execute uma volta completa sem que o fio deixe de estar esticado.

2. Uma esfera de massa 200 g está ligada a um fio de comprimento 0,8 m e é largada da posição A. O atrito é desprezável.



Determine:

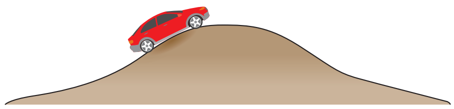
2.1. O módulo da velocidade da esfera no instante em que o fio forma um ângulo de 30° com a vertical (posição B).

2.2. O módulo da aceleração, a, da esfera na posição B.

2.3. O valor da tensão do fio na posição B.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

16. Um automóvel, de massa m, move-se na lomba de uma estrada cujo perfil longitudinal, esquematizado na figura, inclui uma porção de circunferência de raio R.



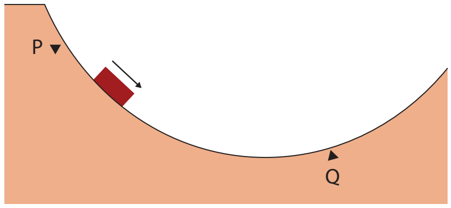
Considere desprezáveis as forças resistentes. O módulo da força que a estrada exerce sobre o automóvel quando ele passa, com velocidade de módulo v, no ponto mais alto da lomba, é:

(A) mg **(B)** $\frac{mv^2}{R}$ **(C)** $mg+\frac{mv^2}{R}$

(D) $mg-\frac{mv^2}{R}$ **(E)** zero

GAVE, 1.ª fase, 2.ª chamada, 1998 (prova 115)

17. Um bloco desliza, ao longo de uma rampa, com movimento uniforme entre as posições P e Q, assinaladas na figura.



Acerca do movimento do bloco, qual das afirmações é correta?

(A) Entre as superfícies de contacto do bloco e da rampa não existe atrito.

(B) A resultante das forças que atuam no bloco é, em cada instante, perpendicular à velocidade.

(C) A resultante das forças que atuam no bloco é nula.

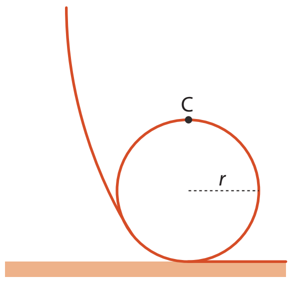
(D) A variação de energia cinética do bloco é simétrica da variação da energia potencial gravítica.

(E) O trabalho realizado pela resultante das forças aplicadas no bloco é positivo.

GAVE, Época Especial, 2004 (prova 115)

18. Suponha que uma pequena esfera desliza sem rolar, ao longo de uma calha, fazendo um *looping*, como se observa na figura ao lado.

Sendo desprezáveis todas as forças dissipativas, a velocidade mínima em C para a esfera passar além desse ponto, sem descolar da calha:



(A) depende da massa da esfera

(B) é independente do campo gravítico do lugar

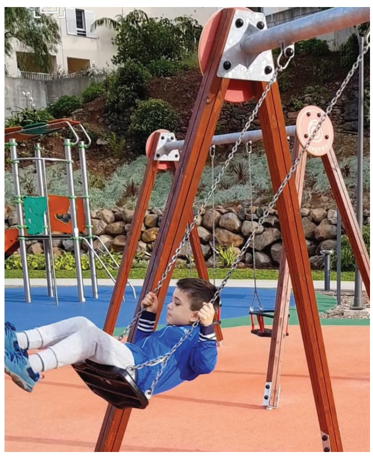
(C) é diretamente proporcional à raiz quadrada do raio

(D) é inversamente proporcional ao raio

(E) é conseguida quando se larga a esfera de uma altura $2r$

GAVE, 1.ª fase, 2006 (prova 615)

19. Uma criança de massa 30 kg brinca num baloiço, cujas cordas inextensíveis e de massa desprezável têm 2 m de comprimento. Considere a criança como uma partícula material e admita que esta parte do repouso. Despreze o atrito. Determine:



19.1. O ângulo θ, com a vertical, que a criança faz num ponto A, em que a sua velocidade é nula, considerando que no ponto mais baixo da trajetória a tensão do fio tem um valor $2mg$.

19.2. Os valores das componentes normal e tangencial da aceleração, quando o ângulo que o baloiço faz com a vertical é 20°.

19.3. O valor da tensão quando o ângulo que o baloiço faz com a vertical é 20°.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

20. Uma esfera de massa 100 g está presa a um fio de comprimento 0,8 m e é abandonada da posição horizontal. Ao passar num determinado ponto, B, a aceleração normal da esfera tem o valor $16\ \text{m s}^{-2}$. Despreze o atrito e a resistência do ar.

Determine, para o instante em que a esfera passa nesse ponto:

20.1. O valor da aceleração tangencial da esfera.

20.2. O módulo da tensão do fio.

20.3. O ângulo que o fio faz com a vertical.

21. Um corpo de massa 50 g, suspenso num ponto fixo por um fio de comprimento 50 cm, é afastado de um ângulo de amplitude 90° em relação à vertical e abandonado a partir do repouso.

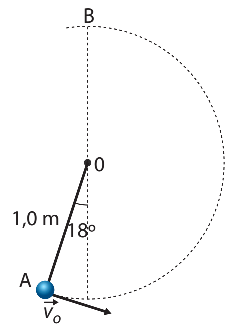
Determine:

21.1. O valor da tensão exercida pelo fio quando o corpo passa na posição de equilíbrio.

21.2. O valor da aceleração do corpo na posição de equilíbrio.

21.3. Encurta-se o fio para 25 cm e o corpo é abandonado da mesma posição. Mostre que, na posição de equilíbrio, a tensão tem o mesmo valor que na situação em que o fio tem 50 cm.

22. Uma pequena esfera, de massa 0,2 kg, está suspensa de um ponto O por um fio inextensível de comprimento 1 m e massa desprezável. O pêndulo assim constituído é afastado da vertical 18°. A esfera é lançada dessa posição com uma velocidade $\vec{v}_0$, tangente à circunferência de centro O e dirigida para baixo. Suponha desprezáveis o atrito e a resistência do ar.



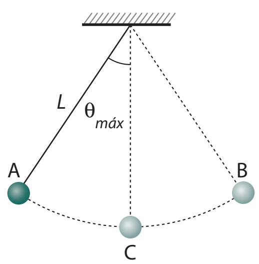
Calcule:

22.1. A energia potencial do sistema *pêndulo + Terra* quando se encontra na posição A, considerando como referência o ponto mais baixo da trajetória.

22.2. O valor mínimo da velocidade $\vec{v}_0$ para que a esfera execute uma volta completa em torno do ponto O, sem que o fio deixe de ficar esticado.

GAVE, 1.ª fase, 2.ª chamada, 1994 (prova 37)

23. A figura ao lado representa um pêndulo gravítico simples de massa $m = 200$ g e comprimento L, que oscila entre duas posições extremas assinaladas pelas letras A e B. O pêndulo tem energia mecânica $E_m = 4{,}8 \times 10^{-2}$ J, sendo a energia potencial nula ao nível a que corresponde a posição mais baixa da respetiva trajetória, assinalada com a letra C. A amplitude de oscilação é $\theta_{máx} = 14°$.



Considere desprezáveis os efeitos da resistência do ar e do atrito no ponto de suspensão.

23.1. Identifique a posição, ou as posições, da trajetória onde a energia cinética do pêndulo tem valor máximo. Justifique.

23.2. Calcule o valor do comprimento L do fio.

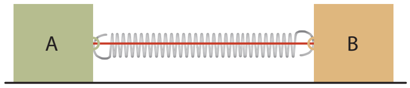
23.3. Determine a resultante das forças que atuam no corpo que constitui o pêndulo, em relação a um sistema de eixos definidos pelos versores $\vec{e}_n$ e $\vec{e}_t$, respetivamente normal e tangencial à trajetória, quando o corpo passa na posição C.

GAVE, 1.ª fase, 2.ª chamada, 2002 (prova 215)

AGORA FAÇO EU

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

8. Dois corpos, A e B, de massas m_A e m_B estão ligados por um fio que mantém entre eles uma mola comprimida. Em determinado momento corta-se o fio.

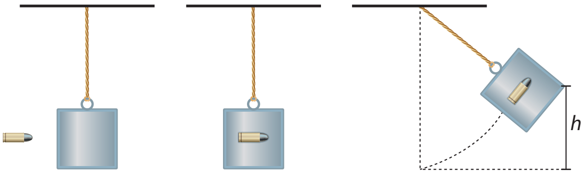


O que acontece aos corpos e ao centro de massa do sistema:

8.1. Se os atritos forem desprezáveis?

8.2. Se existir atrito entre os corpos e a superfície?

9. Dispara-se uma bala de 10 g contra um pêndulo em repouso na posição de equilíbrio. A bala fica no interior do bloco, de massa m = 500 g, e o sistema sobe até à altura h = 30 cm. Todos os atritos são desprezáveis.



9.1. Calcule a velocidade da bala antes da colisão.

9.2. Calcule a percentagem de energia dissipada na colisão.

Resolução

1.1. A forma mais simples de abordar este tipo de problema é separar o cálculo da posição do centro de massa para cada eixo.

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \Leftrightarrow x_{CM} = \frac{2 \times (-2) + 0{,}9 \times 0 + 1 \times 2}{2 + 0{,}9 + 1} \Leftrightarrow x_{CM} = -0{,}51 \text{ m}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} \Leftrightarrow y_{CM} = \frac{2 \times 2 + 0{,}9 \times 1 + 1 \times (-2)}{2 + 0{,}9 + 1} \Leftrightarrow y_{CM} = 0{,}74 \text{ m}$$

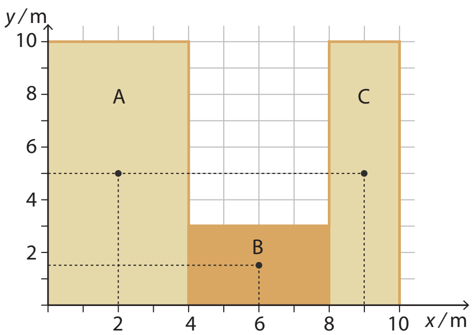
1.2. Com a alteração nas posições ficamos com: m_1 = (2; –2) m e m_3 = (–2; 2) m

$$x_{CM} = \frac{2 \times 2 + 0{,}9 \times 0 + 1 \times (-2)}{3{,}9} \Leftrightarrow x_{CM} = 0{,}51 \text{ m}$$

$$y_{CM} = \frac{2 \times (-2) + 0{,}9 \times 1 + 1 \times 2}{2 + 0{,}9 + 1} \Leftrightarrow y_{CM} = -0{,}28 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{CM} = 0{,}51\vec{e}_x - 0{,}28\vec{e}_y \text{ (m)}$$

2. O primeiro passo deverá ser a separação da placa em três placas mais pequenas com uma simetria que permita identificar, facilmente, o seu centro geométrico. Existem várias possibilidades como, por exemplo:



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

O segundo passo é ter em conta que, para calcular a posição do centro de massa, falta a massa de cada placa. Para superar esse facto, vamos utilizar a informação que a densidade é constante:

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \times V$$

sendo o volume, $V =$ área $\times$ espessura, $V = A \times e$

$m = \rho \times A \times e$

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C}{m_A + m_B + m_C} \Leftrightarrow x_{CM} = \frac{\cancel{\rho} \times A_A \times \cancel{e} \times x_A + \cancel{\rho} \times A_B \times \cancel{e} \times x_B + \cancel{\rho} \times A_C \times \cancel{e} \times x_C}{\cancel{\rho} \times A_A \times \cancel{e} + \cancel{\rho} \times A_B \times \cancel{e} + \cancel{\rho} \times A_C \times \cancel{e}}$$

$$\Leftrightarrow x_{CM} = \frac{4 \times 10 \times 2 + 4 \times 3 \times 6 + 2 \times 10 \times 9}{4 \times 10 + 4 \times 3 + 2 \times 10} \Leftrightarrow x_{CM} = 4{,}6 \text{ m}$$

$$y_{CM} = \frac{A_A \times y_A + A_B \times y_B + A_C \times y_C}{A_A + A_B + A_C} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y_{CM} = \frac{4 \times 10 \times 5 + 4 \times 3 \times 1{,}5 + 2 \times 10 \times 5}{4 \times 10 + 4 \times 3 + 2 \times 10} \Leftrightarrow y_{CM} = 4{,}4 \text{ m}$$

$$\vec{r}_{CM} = 4{,}6\,\vec{e}_x + 4{,}4\,\vec{e}_y \text{ (m)}$$

3. Desprezando possíveis atritos, a resultante das forças exteriores que atuam no sistema é nula. Como o centro de massa do barco estava em repouso antes da troca, continuará em repouso, mantendo a mesma posição.

$$x_{CM} = \frac{m_{\text{João}}\, x_{\text{João}} + m_{\text{Pedro}}\, x_{\text{Pedro}} + m_{\text{barco}}\, x_{\text{barco}}}{m_{\text{total}}}$$

Início:

$$x_{CM,\,i} = \frac{80 \times 0 + 15 \times 4 + 30 \times 2}{80 + 15 + 30} \Leftrightarrow x_{CM_i} = 0{,}96 \text{ m}$$

Final:

$$x_{CM,\,f} = \frac{80 \times (4 - \Delta x) + 15 \times (-\Delta x) + 30 \times (2 - \Delta x)}{80 + 15 + 30}$$

$$\Leftrightarrow x_{CM,\,f} = \frac{320 - 80\Delta x - 15\,\Delta x + 60 - 30\,\Delta x}{125} \Leftrightarrow x_{CM,\,f} = 3{,}04 - \Delta x$$

Igualando as duas expressões: $0{,}96 = 3{,}04 - \Delta x \Leftrightarrow \Delta x = 2{,}08$ m

4. Começa-se por determinar o vetor velocidade para cada partícula, em seguida o vetor momento linear e a partir deste a força:

$$\vec{v}_A = \frac{d\vec{r}_A}{dt} \Leftrightarrow \vec{v}_A = 10\,t\,\vec{e}_x \text{ (SI)}$$

$$\vec{p}_A = m_A \vec{v}_A = 0{,}05 \times 10\,t\,\vec{e}_x = 0{,}5\,t\,\vec{e}_x \text{ (SI)}$$

$$\vec{F}_A = \frac{d\vec{p}_A}{dt} \Leftrightarrow \vec{F}_A = 0{,}5\,\vec{e}_x \text{ (N)}$$

$$\vec{v}_B = \frac{d\vec{r}_B}{dt} \Leftrightarrow \vec{v}_B = 4\,\vec{e}_y \text{ (m s}^{-1}\text{)}$$

$$\vec{p}_B = m_B\,\vec{v}_B = 0{,}1 \times 4\,\vec{e}_y = 0{,}4\,\vec{e}_y \text{ (kg m s}^{-1}\text{)}$$

$$\vec{F}_B = \frac{d\vec{p}_B}{dt} \Leftrightarrow \vec{F}_B = 0 \text{ (N)}$$

VEJO COMO SE FAZ

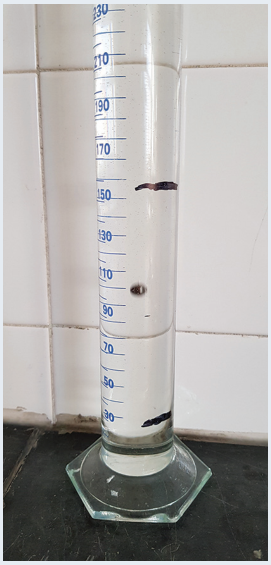
AL 1.4 COEFICIENTE DE VISCOSIDADE DE UM LÍQUIDO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Um grupo de alunos pretendia determinar o coeficiente de viscosidade da glicerina à temperatura ambiente.

Para o efeito utilizaram esferas metálicas de diferentes raios, deixando-as cair numa proveta que continha glicerina.

Colocaram na proveta duas marcas, a uma distância de 8 cm uma da outra, entre as quais mediram o tempo de queda da esfera e fizeram vários ensaios.



Raio da esfera/mm	Tempo de queda da esfera/s	Velocidade terminal / m s^{-1}
1,0	13,3	
1,5	6,2	
2,0	3,3	

1.1. Complete a tabela.

1.2. Classifique o movimento inicial da esfera no interior da glicerina.

1.3. Explique o facto de não se iniciar a medição do tempo de queda a partir da superfície do líquido.

1.4. Tendo em conta o tipo de movimento da esfera entre as marcas assinaladas na proveta:

1.4.1. deduza a expressão $v = \frac{2(\rho - \rho_\ell)g}{9\eta} r^2$, sabendo que para uma pequena esfera $F_{\text{resist}} = 6\pi r \eta v$.

1.4.2. calcule o coeficiente de viscosidade da glicerina nestas condições e, por comparação com o valor tabelado, calcule o erro percentual.

Dados: $\rho_{\text{esfera}} = 5{,}3\ \text{g cm}^{-3}$; $\rho_{\text{glicerina}} = 1{,}263\ \text{g cm}^{-3}$; $\eta_{\text{glicerina tabelado}(25\ °\text{C})} = 0{,}950\ \text{Pa s}$

2. Uma esfera de material com densidade $8{,}5 \times 10^3$ kg m^{-3} e de raio 1,5 mm desloca-se num líquido de densidade $1{,}5 \times 10^3$ kg m^{-3}. A sua velocidade terminal é 3,0 cm s^{-1}. Considere a força de resistência ao movimento $F = 6\pi\, r\, \eta\, v$.

2.1. Determine o coeficiente de viscosidade do líquido.

2.2. Se a densidade do líquido aumentasse, mantendo-se o coeficiente de viscosidade, ______.

(A) o valor da velocidade terminal aumentaria

(B) o valor da velocidade terminal diminuiria

(C) o valor da velocidade terminal manter-se-ia

(D) a esfera passaria a ter um movimento retardado

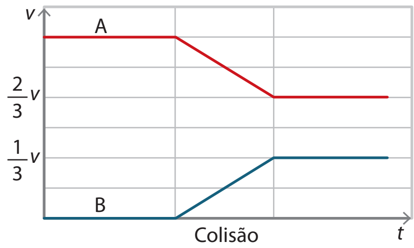
(E) a esfera passaria a ter um movimento sempre acelerado

TESTE DE AVALIAÇÃO 3

- **Sistemas de partículas**
- **Fluidos e leis**

Grupo I

A esfera A move-se horizontalmente e colide frontalmente com a esfera B. O gráfico representa a componente algébrica da velocidade em função do tempo, antes, durante, e após a colisão. Todos os atritos são desprezáveis.



1. Selecione a opção que completa corretamente as frases seguintes:

1.1. Antes da colisão ________.

(A) as esferas movimentam-se em sentidos opostos

(B) as esferas têm o mesmo valor de momento linear

(C) a esfera A tem movimento uniforme

(D) as esferas movimentam-se no mesmo sentido

1.2. Durante a colisão ________.

(A) existe conservação do momento linear

(B) a variação de velocidade das esferas é igual

(C) ambas as esferas estão em repouso

(D) o valor da velocidade da esfera A aumenta

1.3. Após a colisão ________.

(A) as esferas movem-se em sentidos opostos

(B) as esferas ficam paradas

(C) a posição do centro de massa varia

(D) as esferas movem-se no mesmo sentido

2. Prove que as massas das esferas são iguais.

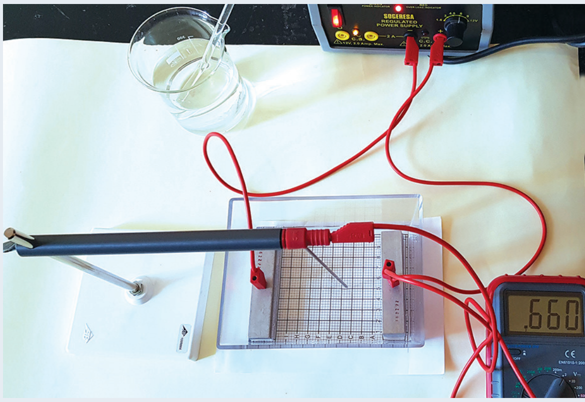
3. Determine, em função de v, a velocidade do centro de massa do sistema constituído pelas duas esferas.

NO LABORATÓRIO

AL 2.1 CAMPO ELÉTRICO E SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS
AL 2.2 CONSTRUÇÃO DE UM RELÓGIO LOGARÍTMICO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Um grupo de alunos pretendia verificar experimentalmente como varia o valor do potencial elétrico entre duas placas, planas e paralelas entre si, colocadas a uma distância de 10,0 cm. Para isso, mergulharam parcialmente as placas numa solução aquosa de cloreto de sódio e submeteram-nas a uma determinada diferença de potencial elétrico. Ligaram o voltímetro a uma das placas e a uma ponta de prova. Mediram, para diferentes distâncias entre a ponta de prova e a placa, a diferença de potencial. Obtiveram os seguintes resultados:



d / cm	0,0	0,5	1,0	2,5	3,5	4,5	6,0	7,5	8,0	9,0	10,0
ΔU / V	0	0,21	0,27	0,48	0,66	0,74	0,92	1,22	1,34	1,49	1,73

1.1. A partir dos dados da tabela, obtenha a equação da reta de regressão linear do gráfico de ΔU em função da distância entre a ponta de prova e a placa. Determine o valor do campo elétrico entre as placas.

1.2. Observando o gráfico obtido, pode considerar-se o campo uniforme? Justifique.

1.3. Determine a diferença de potencial a uma distância de 1,5 cm da placa.

2. Numa aula laboratorial um grupo de alunos pretendia determinar a curva de descarga de um condensador num circuito $R\,C$.

Utilizaram um condensador de 10 μF, e para fazerem o traçado da curva de descarga, após a carga do condensador, os alunos desligaram a pilha ligando o condensador diretamente ao voltímetro, de resistência interna 10 MΩ e medindo o valor da diferença de potencial a cada 10 segundos. Obtiveram os seguintes resultados:

t / s	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
U / V	9,20	7,30	6,64	5,90	5,23	4,80	4,51	4,11	3,66	3,33	3,11

2.1. A partir da equação da reta de regressão do gráfico $\ln U = f(t)$ e do conhecimento da resistência interna do voltímetro, determine o valor experimental da capacidade do condensador e o erro percentual que lhe está associado.

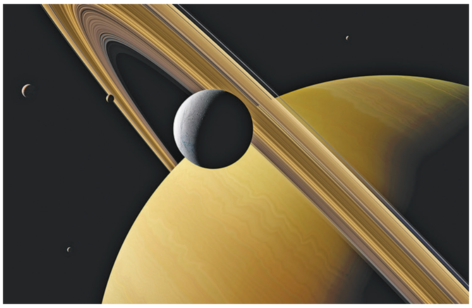
2.2. Determine o tempo decorrido até que a diferença de potencial decresça para metade do valor inicial.

TESTE DE AVALIAÇÃO 4

- **Campo gravítico**
- **Campo elétrico**

Grupo I

Saturno, de massa $5{,}68 \times 10^{26}$ kg, é o planeta do sistema solar com o maior número de satélites naturais (82 luas), ultrapassando Júpiter em outubro de 2019, após a descoberta de 20 novas luas do planeta. O planeta também possui o satélite natural Titã, a única lua do sistema solar com uma atmosfera importante, rica em metano com semelhanças à atmosfera terrestre primitiva.



Encelado é especialmente interessante devido à existência de água líquida a pouca profundidade da sua superfície, com a emissão de vapor de água através de géiseres.

Nome	Diâmetro (km)	Massa (kg)	Raio orbital (km)	Período orbital (dias)
Encelado	504	$1{,}1 \times 10^{20}$	237 948	1,4
Titã	5150	$1{,}35 \times 10^{23}$	1 221 870	16

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Satélites_de_Saturno, 11 de março de 2020 (adaptado)

1. Verifique se a relação entre o período e o raio orbital destas luas de Saturno confirma a 3.ª Lei de Kepler.

2. Verifique se a unidade do período de Titã está em dias terrestres.

3. A relação entre a aceleração gravítica à superfície de Titã e a aceleração gravítica à superfície da Terra é:

(A) 0,14 **(B)** 7,14 **(C)** 1
(D) 5150 **(E)** 10

4. Determine a velocidade de escape de Titã.

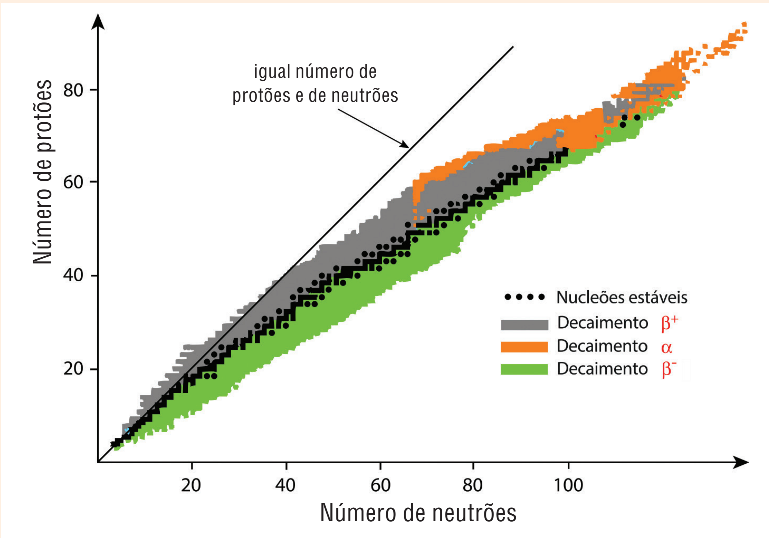
5. Determine o trabalho realizado por uma força para transportar um corpo de 1 kg da superfície de Encelado para uma altitude três vezes maior que o raio desse planeta.

SUBDOMÍNIO 2

Núcleos atómicos e radioatividade

RESUMO TEÓRICO

Estabilidade nuclear – deve-se à força nuclear forte, atrativa entre nucleões, que predomina sobre as forças elétricas repulsivas entre os protões.



– Em átomos estáveis de número atómico baixo, a razão entre neutrões e protões é aproximadamente 1.

– Com o aumento de número atómico, a repulsão elétrica entre protões aumenta mas é compensada com um número de neutrões superior ao de protões.

– Núcleos de número atómico superior a 83 são instáveis.

A **massa de um núcleo atómico (*A*)** é sempre inferior à massa dos seus nucleões separados. A diferença de massa é:

$$\boxed{\Delta m = Z\,m_p + N\,m_n - A}$$

Z – n.º de protões
m_p – massa do protão
N – n.º de neutrões
m_n – massa do neutrão

Energia de ligação do núcleo – é um indicador da estabilidade do núcleo (o núcleo será mais estável quanto maior for a energia por nucleão). É a energia libertada quando um núcleo se forma a partir dos seus constituintes ou a energia fornecida para desagregar um núcleo. Pode calcular-se a partir da **relação de Einstein da equivalência massa-energia**:

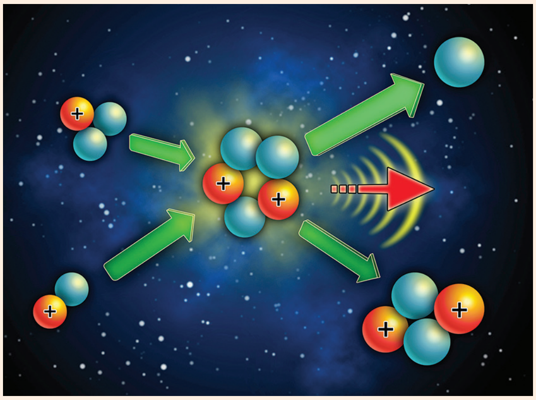
$$\boxed{\Delta E = \Delta m\, c^2}$$

RESUMO TEÓRICO

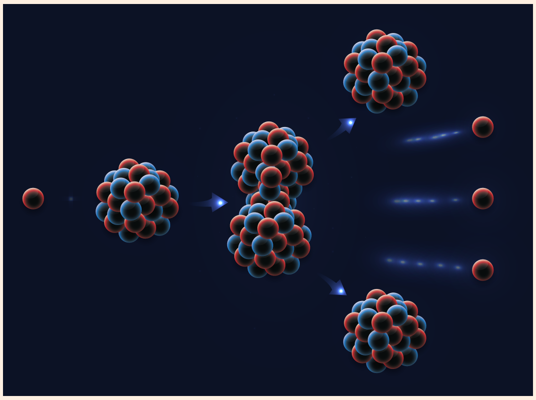
Decaimento radioativo – emissão espontânea de partículas com carga ou de fotões de alta energia por núcleos instáveis. Origina núcleos estáveis ou radioativos mas de mais baixa energia.

Principais tipos de decaimento radioativo	O que ocorre	Reação geral
Decaimento α	– Emissão de partículas $\alpha\left({}^{4}_{2}\mathrm{He}\right)$ – N.° atómico diminui duas unidades – Nº de massa diminui quatro unidades	${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$
Decaimento β^-	– Emissão de eletrões e antineutrinos – N.° atómico aumenta uma unidade – N.° de massa mantém-se	${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}_{Z+1}^{A}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$
Decaimento β^+	– Emissão de positrões e neutrinos – N.° atómico diminui uma unidade – N.° de massa mantém-se	${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}_{Z-1}^{A}\mathrm{Y} + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu$
Decaimento γ	– Emissão de radiação γ – N.° atómico mantém-se – N.° de massa mantém-se	${}^{A}_{Z}\mathrm{X}^{*} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + \gamma$

Fusão nuclear – processo em que dois núcleos leves dão origem a um núcleo mais pesado, com libertação de grande quantidade de energia.



Fissão nuclear – processo em que um núcleo pesado se cinde (separa) em dois núcleos de menor massa, com libertação de energia.



Atividade de uma amostra radioativa, A – número de decaimentos por unidade de tempo vem expressa em Bq (Becquerel). É diretamente proporcional ao número de núcleos da amostra:

$$A = \lambda N$$

λ – constante de decaimento, característica da amostra.

Lei do Decaimento Radioativo

$$N = N_0\, e^{-\lambda t} \quad \text{ou} \quad A = A_0\, e^{-\lambda t}$$

N_0 – n.° de núcleos radioativos em $t = 0$

Tempo médio de vida: $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$

Período de decaimento ou **tempo de meia-vida**: tempo ao fim do qual o número de núcleos ou a atividade se reduz para metade:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

TESTE GLOBAL 3

2. Calcule o módulo das componentes tangencial e normal da aceleração da esfera no ponto C.

3. A intensidade da reação da calha sobre a esfera no ponto B é:

(A) 19,2 N

(B) 15,3 N

(C) 10,0 N

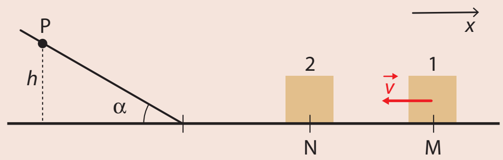
(D) 3,8 N

4. Se no percurso AB existisse uma força de atrito de 2 N, qual a distância AB para que apenas se dissipasse 5% da energia inicial?

GAVE, Época especial, 1996 (prova 115) – adaptado

Grupo III

Na situação representada na figura abaixo, o bloco 1 passa no ponto M com velocidade de módulo 15 m s^{-1}. Após percorrer 5 m numa superfície em que existe uma força de atrito constante de valor 5 N, colide de forma perfeitamente inelástica com o bloco 2, que se encontra em repouso, no ponto N. Os blocos seguem juntos até parar no ponto P. Entre N e P pode desprezar-se o atrito. Os blocos têm 2 kg de massa e podem ser representados pelo seu centro de massa.



1. A energia dissipada durante o percurso do bloco 1 entre M e N é:

(A) 25 J **(B)** 250 J **(C)** 2500 J **(D)** 25000 J

2. A velocidade do conjunto, imediatamente após a colisão, é:

(A) $v = 14,14$ m s^{-1}

(B) $v = 7,07$ m s^{-1}

(C) $v = 6,80$ m s^{-1}

(D) $v = 5,22$ m s^{-1}

3. Calcule a altura h, atingida pelo conjunto no percurso NP (se não tiver calculado a velocidade no exercício 2, considere $v = 7,00$ m s^{-1}).

4. O tempo durante o qual o conjunto percorreu o plano inclinado foi 1 s. (se não tiver calculado a velocidade no ex. 2, considere $v = 7,00$ m s^{-1}).

4.1. Pode concluir-se que o módulo da aceleração que atua sobre o conjunto no plano inclinado é:

(A) $a = 14,14$ m s^{-2}

(B) $a = 7,07$ m s^{-2}

(C) $a = 8,10$ m s^{-2}

(D) $a = 5,22$ m s^{-2}

4.2. Determine o ângulo α do plano inclinado.

TESTE GLOBAL 3

Grupo IV

Uma boia fica com $\frac{1}{10}$ do seu volume imerso, na água doce de uma piscina, quando tem, por cima, uma criança de 30 kg.

Dados: $\rho_{\text{água}(4\ °C)} = 1 \times 10^3$ kg m^{-3}

1. Se a mesma situação se verificasse em água salgada, o que aconteceria?

(A) O volume imerso seria maior pois a massa volúmica da água salgada é superior à da água doce.

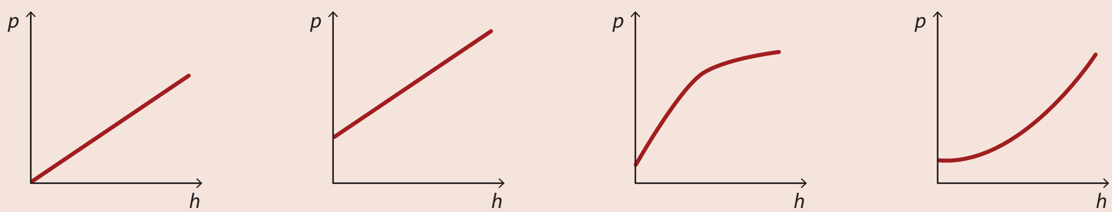
(B) O volume imerso seria menor pois a massa volúmica da água salgada é superior à da água doce.

(C) O volume imerso seria maior pois a massa volúmica da água salgada é inferior à da água doce.

(D) O volume imerso seria menor pois a massa volúmica da água salgada é inferior à da água doce.

2. A boia apenas mantém a estabilidade de tiver, no máximo, $\frac{3}{4}$ do seu volume imerso. Considerando o peso da boia desprezável, determine o número de crianças, de massa média 30 kg, que poderiam estar em cima da boia.

3. Qual dos seguintes gráficos pode exprimir como varia a pressão, p, em função da profundidade da piscina, h?



(A) **(B)** **(C)** **(D)**

TESTE GLOBAL 3

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

Grupo I

1. .... **10 pontos**

$a_t = 17{,}3$ m s^{-2} .... 5 pontos

$a_n = 10{,}0$ m s^{-2} .... 5 pontos

2. .... **10 pontos**

$\vec{F}_t = -43{,}2\ \vec{e}_t$ (N) .... 4 pontos

$\vec{F}_t = 25\ \vec{e}_n$ (N) .... 4 pontos

$\vec{F} = -43{,}2\ \vec{e}_t + 25\ \vec{e}_n$ (N) .... 2 pontos

3. .... **10 pontos**

Movimento circular retardado .... 4 pontos

$\vec{a}_t$ e $\vec{v}$ têm sentidos opostos .... 6 pontos

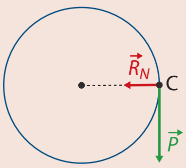
4. .... **10 pontos**

$v = 7{,}1$ m s^{-1}

5. C .... **6 pontos**

Grupo II

1. .... **10 pontos**



2. .... **10 pontos**

$E_{m_C} = 3{,}8$ J .... 2 pontos

$v^2 = 9$ m^2 s^{-2} .... 2 pontos

$a_n = 18$ m s^{-2} .... 3 pontos

$a_t = 10$ m s^{-2} .... 3 pontos

3. A .... **6 pontos**

4. .... **10 pontos**

$\Delta E_c = -0{,}19$ J .... 4 pontos

$\Delta x = 0{,}095$ m .... 6 pontos

Grupo III

1. A .... **6 pontos**

2. B .... **6 pontos**

3. .... **10 pontos**

$h = 2{,}50$ m

4.1. B .... **6 pontos**

4.2. .... **10 pontos**

Determinação da expressão

$m\,a = m\,g\,\text{sen}\,\alpha$ .... 4 pontos

Cálculo do ângulo

$\alpha = 45°$ .... 6 pontos

Grupo IV

1. B .... **6 pontos**

2. .... **10 pontos**

Cálculo do volume total da boia:

$V = 0{,}3$ m^3 .... 4 pontos

Determinação do número de crianças

7 crianças .... 6 pontos

3. B .... **6 pontos**

Grupo V

1. .... **10 pontos**

$v = 3980$ m s^{-1}

2. D .... **6 pontos**

3.1. .... **10 pontos**

movimento de translação .... 5 pontos

distância variável .... 5 pontos

3.2. C .... **6 pontos**

Grupo VI

1. .... **10 pontos**

$v = 4{,}4 \times 10^4$ m s^{-1}

2. .... **10 pontos**

$\theta = 10{,}2°$

3. D .... **6 pontos**

Constantes físicas	
Aceleração da gravidade à superfície da Terra	$g = 9{,}81\ \text{m s}^{-2} \approx 10\ \text{m s}^{-2}$
Constante de Gravitação Universal	$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$
Constante de Coulomb	$K_0 = 9{,}0 \times 10^9\ \text{N C}^{-2}\ \text{m}^2$
Permitividade elétrica	$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ \text{N}^{-1}\ \text{C}^2\ \text{m}^{-2}$
Velocidade da luz no vácuo	$c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m s}^{-1}$
Carga elementar	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C}$
Massa do eletrão	$m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\ \text{kg}$
Massa do protão	$m_p = 1{,}67493 \times 10^{-27}\ \text{kg}$
Massa do neutrão	$m_p = 1{,}67262 \times 10^{-27}\ \text{kg}$
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J s}$
Constante de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Densidade da água pura (4 °C)	$\rho = 1{,}0 \times 10^3\ \text{kg m}^{-3}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}$

Dados astronómicos	
Massa da Terra	$5{,}97 \times 10^{24}$ kg
Raio médio da Terra	$6{,}37 \times 10^{6}$ m
Distância média Sol-Terra	$1{,}50 \times 10^{11}$ m
Distância média Terra-Lua	$3{,}84 \times 10^{8}$ m
Massa do Sol	$1{,}99 \times 10^{30}$ kg
Raio médio do Sol	$6{,}96 \times 10^{8}$ m
Massa da Lua	$7{,}35 \times 10^{22}$ m
Raio médio da Lua	$1{,}74 \times 10^{6}$ m

Algumas conversões de unidades

Grandeza física	Unidade	Conversão para SI
Energia	eletrão-volt	$1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}$
	quilowatt-hora	$1\ \text{kW h} = 3{,}6 \times 10^{6}\ \text{J}$
	caloria	$1\ \text{cal} = 4{,}18\ \text{J}$
Massa	unidade de massa atómica unificada	$1\ \text{u} = 1{,}66057 \times 10^{-27}\ \text{kg}$
Pressão	atmosfera normal	$1\ \text{atm} = 1{,}01 \times 10^{5}\ \text{Pa}$
	bar	$1\ \text{bar} = 10^{5}\ \text{Pa}$
	milímetro de mercúrio	$1\ \text{mm Hg} = 1{,}33 \times 10^{2}\ \text{Pa}$

34.2. $E_{m_A} = E_{m_B} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_A^2 + \cancel{m}\, g\, h_A = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2 + \cancel{m}\, g\, h_B$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 4{,}8^2 + 10 \times 2 = \frac{1}{2} v_C^2 + 0$

$\Leftrightarrow v_C^2 = 63{,}04 \Leftrightarrow v_C = 7{,}94 \text{ m s}^{-1}$

$W_{\vec{F}_a} = \Delta E_m \Leftrightarrow W_{\vec{F}_a} = E_{m_D} - E_{m_C}$

$\Leftrightarrow W_{\vec{F}_a} = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 2^2 + 0{,}1 \times 10 \times 2 - \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 7{,}94^2$

$\Leftrightarrow W_{\vec{F}_a} = -0{,}95 \text{ J}$

34.3. $R_N - P = -F_C \Leftrightarrow R_N = -\frac{m\, v_A^2}{r} + m\, g$

$\Leftrightarrow R_{N_A} = -\frac{0{,}1 \times 2^2}{0{,}2} + 0{,}1 \times 10 \Leftrightarrow R_N = 0{,}8 \text{ N}$

34.4. Sem atrito: $v_D = v_A = 4{,}8 \text{ m s}^{-1}$

Para $R_N = 0$:

$P = F_c \Leftrightarrow \cancel{m}\, g = \frac{\cancel{m}\, v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{g\, r}$

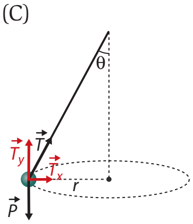
$\Leftrightarrow v = \sqrt{10 \times 2} \Leftrightarrow v = 4{,}47 \text{ m s}^{-1}$

Sem atrito: $v_D > v_{\text{máx}}$

35. (B)

Sendo um pêndulo cónico, em condições ideais, o seu movimento é circular uniforme havendo apenas componente normal/centrípeta da resultante das forças que nele atuam.

36. (C)



$\begin{cases} T\,\text{sen}\,\theta = \frac{m\, v^2}{r} \\ T\cos\theta = m\, g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\cancel{m}\, g}{\cos\theta}\,\text{sen}\,\theta = \frac{\cancel{m}\, v^2}{r} \\ T = \frac{m\, g}{\cos\theta} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} r\, g \tan\theta = v^2 \\ - \end{cases}$

Sendo g constante, v^2 é diretamente proporcional a $r\, g \tan\theta$.

37. (B)

$T_1 \cos\theta = P + T_2 \cos\theta$

$T_1 > T_2$

38.

38.1. (A)

$v = \frac{2\pi\, r}{T}$

$\begin{cases} T\cos\theta = m\, g \\ T\,\text{sen}\,\theta = \frac{m\, v^2}{r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = \frac{m\, g}{\cos\alpha} \\ \frac{\cancel{m}\, g}{\cos\theta}\,\text{sen}\,\theta = \frac{\cancel{m}\frac{4\pi^2 r^{\cancel{2}}}{T^2}}{\cancel{r}} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ g\tan\theta = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ T^2 = \frac{4\pi^2 r}{g\tan\theta} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\tan\theta}} \end{cases}$

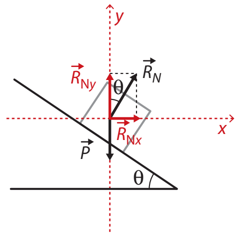
38.2. (C)

$r = \ell\,\text{sen}\,\theta$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \omega = \frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{r}{g\tan\theta}}} \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{\frac{\ell\,\text{sen}\,\theta}{g\tan\theta}}}$

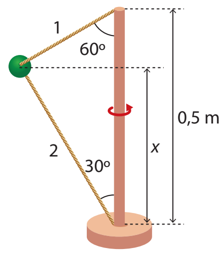
$\Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{\frac{\ell\,\cancel{\text{sen}\,\theta}}{g\frac{\cancel{\text{sen}\,\theta}}{\cos\theta}}}} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell\cos\theta}}$

39. (D)



$R_N \cos\theta = m\, g \Leftrightarrow R_N = \frac{m\, g}{\cos\theta}$

40.



$\tan 30° = \frac{r}{x} \Leftrightarrow x = \frac{r}{0{,}58}$

$\tan 60° = \frac{r}{0{,}5 - x} \Leftrightarrow 1{,}73\left(0{,}5 - \frac{r}{0{,}58}\right) = r$

$\Leftrightarrow 0{,}865 - 2{,}98r = r \Leftrightarrow r = 0{,}22 \text{ m}$

$\begin{cases} F_{R_y} = 0 \\ F_{R_x} = F_c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 \cos 60° - m\, g - T_2 \cos 30° = 0 \\ T_1\,\text{sen}\, 60° + T_2\,\text{sen}\, 30° = m\,\omega^2 r \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}5T_1 - 1 - 0{,}87T_2 = 0 \\ 0{,}87T_1 + 0{,}5T_2 = 0{,}1 \times 100 \times 0{,}22 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}5T_1 = 0{,}87T_2 + 1 \\ 0{,}87T_1 + 0{,}5T_2 = 0{,}22 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} T_1 = 1{,}74T_2 + 2 \\ 0{,}87(1{,}74T_2 + 2) + 0{,}5T_2 = 0{,}22 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 1{,}51T_2 + 1{,}74 + 0{,}5T_2 = 0{,}22 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 2{,}01T_2 = -1{,}52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 = 1{,}74(-0{,}76) + 2 \\ T_2 = -0{,}76 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} T_1 = 0{,}68 \text{ N} \\ |T_2| = 0{,}76 \text{ N} \end{cases}$

41.

41.1. $\begin{cases} T\,\text{sen}\, 30° = m\,\omega^2 r \\ T\cos 30° = m\, g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{m}\, g\tan 30° = \cancel{m}\frac{4\pi^2}{5^2} r \\ T = \frac{m\, g}{\cos 30°} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} r = 3{,}66 \text{ m} \\ - \end{cases}$

$r = \ell\,\text{sen}\, 30° \Leftrightarrow \ell = \frac{3{,}66}{\text{sen}\, 30°} \Leftrightarrow \ell = 7{,}32 \text{ m}$

41.2. $v = \omega\, r \Leftrightarrow v = \frac{2\pi}{5} \times 3{,}66 \Leftrightarrow v = 4{,}60 \text{ m s}^{-1}$

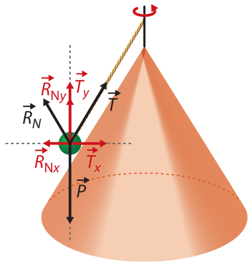
41.3. $T_y = m\, g \Leftrightarrow T\cos 30° = 30 \times 5 \Leftrightarrow T = 57{,}74 \text{ N}$

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

42.

42.1.



$r = \ell \operatorname{sen}\alpha \Leftrightarrow r = 0{,}5 \operatorname{sen}60° \Leftrightarrow r = 0{,}43\ \text{m}$

$\begin{cases} R_{N_y} + T_y = P \\ T_x - R_{N_x} = \dfrac{m\,v^2}{r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_N \operatorname{sen}\alpha + T\cos\alpha = m\,g \\ T\operatorname{sen}\alpha - R_N\cos\alpha = \dfrac{m\,v^2}{r} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}87\ R_N + 0{,}5\ T = 2 \\ 0{,}87\ T - 0{,}5\ R_N = \dfrac{0{,}2 \times 4^2}{0{,}43} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} R_N = 2{,}3 - 0{,}57\ T \\ 0{,}87\ T - 1{,}15 + 0{,}285\ T = 7{,}44 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 1{,}155\ T = 8{,}59 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ T = 7{,}4\ \text{N} \end{cases}$

42.2. $R_N = 2{,}3 - 0{,}57\ T \Leftrightarrow R_N = 2{,}3 - 0{,}57 \times 7{,}4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow R_N = -1{,}9\ \text{N}$
$|R_N| = 1{,}9\ \text{N}$

43. Raio total do movimento: $r = x + \ell \operatorname{sen}\alpha$

$\begin{cases} T\cos\alpha = m\,g \\ T\operatorname{sen}\alpha = m\,\omega^2 r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = \dfrac{m\,g}{\cos\alpha} \\ \dfrac{\cancel{m}\,g}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha = \cancel{m}\omega^2(x + \ell\operatorname{sen}\alpha) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ g\tan\alpha = \omega^2(x + \ell\operatorname{sen}\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \omega^2 = \dfrac{g\tan\alpha}{x + \ell\operatorname{sen}\alpha} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \omega = \sqrt{\dfrac{g\tan\alpha}{x + \ell\operatorname{sen}\alpha}} \end{cases}$

44.

44.1. $\begin{cases} T\cos\theta = m\,g \\ T\operatorname{sen}\theta = m\,\omega^2 r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = \dfrac{m\,g}{\cos\theta} \\ \dfrac{\cancel{m}\,g}{\cos\theta}\cancel{\operatorname{sen}\theta} = \cancel{m}\omega^2\ \ell\ \cancel{\operatorname{sen}\theta} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \dfrac{10}{\cos\theta} = 5^2 \times 0{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \cos\theta = 0{,}8 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \theta = 37° \end{cases}$

44.2. $T = \dfrac{m\,g}{\cos\theta} \Leftrightarrow T = \dfrac{0{,}150 \times 10}{\cos 37°} \Leftrightarrow T = 1{,}88\ \text{N}$

45.

45.1. Direção: radial no plano horizontal
Sentido: centrípeto

45.2. $F_c = m\,\omega^2 r \Leftrightarrow F_c = m\dfrac{4\pi^2}{T^2}r$

$\Leftrightarrow F_c = 0{,}01 \times \dfrac{4\pi^2}{2^2} \times 0{,}2 \Leftrightarrow F_c = 0{,}02\ \text{N}$

46. $\begin{cases} T\cos 30° = m\,g \\ T\operatorname{sen}30° = m\dfrac{v^2}{r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = \dfrac{m\,g}{\cos 30°} \\ \dfrac{\cancel{m}\,g}{\cos 30°}\operatorname{sen}30° = \dfrac{\cancel{m}v^2}{\ell\operatorname{sen}30°} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 5{,}77 = \dfrac{v^2}{0{,}75} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ v = 2{,}1\ \text{m s}^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow v = \dfrac{2\pi}{T}r \Leftrightarrow T = \dfrac{2\pi\ell\operatorname{sen}\theta}{v} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow T = \dfrac{2\pi \times 1{,}5\operatorname{sen}30°}{2{,}1} \Leftrightarrow T = 2{,}2\ \text{s}$

47.

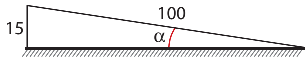
47.1. $F_R = T_x$
A resultante das forças que atuam na partícula é T_x que é centrípeta em relação à trajetória, sendo perpendicular à velocidade em cada instante. Sendo a componente tangencial da resultante das forças nula, o valor da velocidade não se altera.

47.2. $F_{R_y} = 0 \Leftrightarrow T_y - P = 0 \Leftrightarrow T\cos\theta - m\,g = 0$
$\Leftrightarrow T = \dfrac{m\,g}{\cos\theta}$

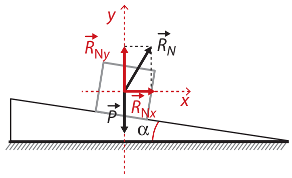
47.3. $T_x = F_c \Leftrightarrow T\operatorname{sen}\theta = \dfrac{m\,v^2}{r} \Leftrightarrow \dfrac{\cancel{m}\,g}{\cos\theta}\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\cancel{m}\,v^2}{r}$
$\Leftrightarrow g\tan\theta = \dfrac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{g\,r\tan\theta}$

47.4. A resultante das forças que atuam no corpo é, em cada instante, perpendicular ao deslocamento infinitesimal. Assim, como $W_{\vec{F}_R} = F_R\ \Delta x\cos\theta$ e $\theta = 90°$, então $W_{\vec{F}_R} = 0\ \text{J}$
Ou
Como o módulo da velocidade é constante e $W_{\vec{F}_R} = \Delta E_c$, então $W_{\vec{F}_R} = 0\ \text{J}$

48.



$\operatorname{sen}\alpha = 0{,}15 \Leftrightarrow \alpha = 8{,}6°$



$R_{N_y} = m\,g \Leftrightarrow R_N\cos\alpha = m\,g \Leftrightarrow R_N = \dfrac{m\,g}{\cos\alpha}$

$F_c = R_{N_x} \Leftrightarrow \dfrac{m\,v^2}{r} = R_N\operatorname{sen}\alpha$

$\Leftrightarrow \dfrac{\cancel{m}\,v^2}{r} = \dfrac{\cancel{m}\,g}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha \Leftrightarrow v^2 = g\,r\tan\alpha$

$\Leftrightarrow v = \sqrt{g\,r\tan\alpha} \Leftrightarrow v = \sqrt{10 \times 80\tan 8{,}6°}$

$\Leftrightarrow v = 11\ \text{m s}^{-1}$

49. (C)
$F_a = F_c \Leftrightarrow \mu_e\,\cancel{m}\,g = \dfrac{\cancel{m}\,v^2}{r}$
$\Leftrightarrow v = \sqrt{\mu_e\,g\,r}$
$\dfrac{v_2}{v} = \dfrac{\sqrt{2\mu_e\,g\,r}}{\sqrt{\mu_e\,g\,r}} \Leftrightarrow \dfrac{v_2}{v} = \sqrt{\dfrac{2\cancel{\mu_e}\,\cancel{g}\,\cancel{r}}{\cancel{\mu_e}\,\cancel{g}\,\cancel{r}}}$
$\Leftrightarrow v_2 = \sqrt{2}\,v \Leftrightarrow v_2 = 1{,}4\,v$

50. (D)
$F_{R_{\text{sistema}}} = F \Leftrightarrow (m + 2m)a = F \Leftrightarrow a = \dfrac{F}{3m}$
$F_{R_B} = F - F_a \Leftrightarrow 2\ m\ a = F - \mu_e\,m\,g$
$\Leftrightarrow 2\cancel{m}\dfrac{F}{3\cancel{m}} = F - \mu_e\,m\,g \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}F - F = -\mu_e\,m\,g$
$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}F = -\mu_e\,m\,g \Leftrightarrow F = 3\mu_e\,m\,g$

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

51. (D)

$F_x = F_c \Leftrightarrow F_a = \dfrac{m\,v^2}{r} \Leftrightarrow \mu_e \cancel{m}\,g = \dfrac{\cancel{m}v^2}{r}$

$\Leftrightarrow v = \sqrt{\mu_e\,g\,r}$

52.

52.1. (D)

$F_{a_A} = \mu_c\,m\,g\cos\theta$

$F_{R_{\text{sistema}}} = P_{A_x} - F_a - T + T - P_B$

$\Leftrightarrow (10 + m_B)0{,}5 = 10 \times 10\,\text{sen}\,35° -$

$- 0{,}25 \times 10 \times 10\cos 35° - m_B 10$

$\Leftrightarrow 5 + 0{,}5\,m_B = 57{,}4 - 20{,}5 - 10\,m_B$

$10{,}5\,m_B = 31{,}9 \Leftrightarrow m_B = 3{,}0$ kg

52.2. (A)

$F_{a_A} = \mu_c\,m\,g\cos\theta$

$F_{R_{\text{sistema}}} = P_{A_x} - F_a - T + T - P_B$

$\Leftrightarrow -(10 + m_B)0{,}5 = 100\,\text{sen}\,35° +$

$+ 0{,}25 \times 100\cos 35° - m_B 10$

$\Leftrightarrow -5 - 0{,}5\,m_B = 57{,}4 + 20{,}5 - 10\,m_B$

$9{,}5\,m_B = 82{,}5 \Leftrightarrow m_B = 8{,}7$ kg

52.3. (E)

$F_{R_{\text{sistema}}} = P_{A_x} - F_a - T + T - P_B$

$\Leftrightarrow 0 = 10 \times 10\,\text{sen}\,35° + 0{,}25 \times 10 \times 10\cos 35° - m_B 10$

$\Leftrightarrow 0 = 77{,}8 - 10\,m_B \Leftrightarrow m_B = 7{,}8$ kg

53. (B)

No eixo horizontal, as forças que atuam no corpo são $\vec{F}$ e $\vec{R}_N$, de sentido oposto. Para que, nesse eixo, o corpo esteja em repouso é necessário que estas forças tenham a mesma intensidade.

54. (A)

$F_{R_x} = -P_x + F_a + F_x$

$\Leftrightarrow 0 = -m\,g\,\text{sen}\,\theta + \mu_e\,m\,g\cos\theta + F$

$\Leftrightarrow F = m\,g\,\text{sen}\,\theta - \mu_e\,m\,g\cos\theta$

$\Leftrightarrow F = m\,g(\text{sen}\,\theta - \mu_e\cos\theta)$

55. (A)

$F_R = F - P_x - F_a$

$\Leftrightarrow 0 = F - m\,g\,\text{sen}\,30° - F_a$

$\Leftrightarrow F_a = F - \dfrac{1}{2}m\,g$

56. (B)

$F_c = F_a \Leftrightarrow \dfrac{\cancel{m}\,v^2}{r} = \mu_e \cancel{m}\,g \Leftrightarrow v = \sqrt{\mu_e\,g\,r}$

57. (C)

$\begin{cases} F_{R_x} = 0 \\ F_{R_y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F\cos\theta - F_a = 0 \\ R_N + F\,\text{sen}\,\theta - P = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} F\cos\theta = \mu(mg - F\cos\theta) \\ R_N = mg - F\,\text{sen}\,\theta \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} F\cos\theta + \mu F\cos\theta = \mu\,m\,g \\ - \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} F(\cos\theta + \mu\cos\theta) = \mu\,m\,g \\ - \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} F = \dfrac{\mu\,m\,g}{\cos\theta + \mu\cos\theta} \\ - \end{cases}$

58. (B)

$F_{R_x} = 0 \Leftrightarrow R_N = F$

$F_{R_y} = 0 \Leftrightarrow P = F_a \Leftrightarrow \cancel{m}\cancel{g} = \mu_e 4\cancel{m}\cancel{g}$

$\Leftrightarrow \mu_e = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \mu_e = 0{,}25$

59.

59.1. (A)

No valor máximo de $\vec{F}$, o corpo está na iminência de subir e a força de atrito tem o sentido descendente:

$\begin{cases} F_{R_y} = 0 \\ F_{R_x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P + F_a = F\,\text{sen}\,\theta \\ F\cos\theta = R_N \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\,g = F\,\text{sen}\,\theta - \mu_e F\cos\theta \\ - \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\,g = F(\text{sen}\,\theta - \mu_e\cos\theta) \\ - \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} F = \dfrac{m\,g}{\text{sen}\,\theta - \mu_e\cos\theta} \\ - \end{cases}$

59.2. (A)

No valor mínimo de $\vec{F}$, o corpo está na iminência de descer e a força de atrito tem o sentido ascendente:

$\begin{cases} F_{R_y} = 0 \\ F_{R_x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = F\,\text{sen}\,\theta + F_a \\ F\cos\theta = R_N \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\,g = F\,\text{sen}\,\theta + \mu_e F\cos\theta \\ - \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\,g = F\,(\text{sen}\,\theta + \mu_e\cos\theta) \\ - \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} F = \dfrac{m\,g}{\text{sen}\,\theta + \mu_e\cos\theta} \\ - \end{cases}$

60. Em repouso:

$F = F_a \Leftrightarrow 10 = \mu_e\,m\,g \Leftrightarrow \mu_e = \dfrac{10}{5 \times 10} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \mu_e = 0{,}20$

Em movimento:

$F = F_a \Leftrightarrow 8 = \mu_c\,m\,g \Leftrightarrow \mu_c = \dfrac{8}{5 \times 10} \Leftrightarrow \mu_c = 0{,}16$

61. $F_{a_A} = \mu_c\,m\,g\cos\theta$

$F_{R_{\text{sistema}}} = P_{A_x} - F_a - T + T - P_B$

$\Leftrightarrow 0 = 12 \times 10\,\text{sen}\,30° - 0{,}2 \times 12 \times 10\cos 30° - m_B 10$

$\Leftrightarrow 0 = 39{,}2 - 10m_B \Leftrightarrow m_B = 3{,}9$ kg

62.

62.1. $F_{R_{\text{sistema}}} = P_{Ax} - \cancel{T_A} + \cancel{T_B} - P_B$

$\Leftrightarrow 0 = m_A\,g\,\text{sen}\,37° - m_B\,g \Leftrightarrow m_A\cancel{g}\,\text{sen}\,37° = m_B\cancel{g}$

$\Leftrightarrow \dfrac{m_A}{m_B} = \dfrac{1}{\text{sen}\,37°} \Leftrightarrow \dfrac{m_A}{m_B} = 1{,}66$

62.2. $F_{R_{\text{sistema}}} = P_{Ax} - F_a - \cancel{T_A} + \cancel{T_B} - P_B$

$\Leftrightarrow 0 = m_A\,g\,\text{sen}\,\theta - \mu_e\,m_A\,g\cos\theta - m_B\,g$

$\Leftrightarrow m_A\cancel{g}\,\text{sen}\,\theta - \mu_e\,m_A\cancel{g}\cos\theta = m_B\cancel{g}$

$\Leftrightarrow m_A(\text{sen}\,\theta - \mu_e\cos\theta) = m_B$

$\Leftrightarrow \dfrac{m_A}{m_B} = \dfrac{1}{\text{sen}\,37° - 0{,}4\cos 37°} \Leftrightarrow \dfrac{m_A}{m_B} = 3{,}57$

63.

63.1. $v = v_0 + at \Leftrightarrow 9 = a \times 2{,}5 \Leftrightarrow a = 3{,}6$ m s^{-2}

$\begin{cases} P_y = R_N \\ m\,a = P_x - F_a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_N = m\,g\cos 37° \\ m\,a = m\,g\,\text{sen}\,37° - \mu_c R_N \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \cancel{m}\,a = \cancel{m}\,g\,\text{sen}\,37° - \mu_c\cancel{m}\,g\cos 37° \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 3{,}6 = 6{,}02 - \mu_c\cancel{m}\,7{,}99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \mu_c = 0{,}3 \end{cases}$

PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

63.2. $F_R = 0 \Leftrightarrow P_x - F_a = 0$

$\Leftrightarrow \cancel{m}\,\cancel{g}\,\text{sen}\,\theta = \mu_e \cancel{m}\,\cancel{g}\cos\theta$

$\Leftrightarrow \mu_e = \dfrac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} \Leftrightarrow 0{,}3 = \tan\theta \Leftrightarrow \theta = 16{,}7°$

64. $v = 27{,}8\ \text{m s}^{-1}$

Automóvel da frente:

$F_R = F_a \Leftrightarrow \cancel{m}\,a = \mu_c \cancel{m}\,g \Leftrightarrow a = 0{,}8 \times 10$

$\Leftrightarrow a = 8\ \text{m s}^{-2}$

$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x \Leftrightarrow 0 = 27{,}8 - 2 \times 8\,\Delta x$

$\Leftrightarrow \Delta x = 48{,}3\ \text{m}$

Automóvel de trás:

Antes de travar: $\Delta x = 27{,}8 \times 0{,}8 \Leftrightarrow \Delta x = 22{,}2\ \text{m}$

Na travagem:

$F_R = F_a \Leftrightarrow \cancel{m}\,a = \mu_c \cancel{m}\,g \Leftrightarrow a = 0{,}7 \times 10$

$\Leftrightarrow a = 7\ \text{m s}^{-2}$

$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x \Leftrightarrow 0 = 27{,}8 - 2 \times 7\Delta x$

$\Leftrightarrow \Delta x = 55{,}2\ \text{m}$

Distância total até parar:

$d = 55{,}2 + 22{,}2 \Leftrightarrow d = 77{,}4\ \text{m}$

Distância de segurança:

$d_{seg} = 77{,}4 - 48{,}3 \Leftrightarrow d_{seg} = 29{,}1\ \text{m}$

65.

65.1.1. (D)

$F_R = P_{x_1} - P_{x_2} \Leftrightarrow 2\cancel{m}\,a = \cancel{m}\,g\ \text{sen}\,\alpha - \cancel{m}\,g\ \text{sen}\,\beta$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{g}{2}(\text{sen}\,\alpha - \text{sen}\,\beta)$

Como $\alpha > \beta$, então $\text{sen}\,\alpha > \text{sen}\,\beta$ e o vetor aceleração tem o sentido de B para A.

65.1.2. (A)

A distância percorrida pelo corpo 1 é inferior e a sua aceleração é superior.

65.2.1. $F_R = 0 = P_{1x} - F_a - P_{2x} = 0$

$\Leftrightarrow \cancel{m}\,\cancel{g}\,\text{sen}\,\alpha - \mu\,\cancel{m}\,\cancel{g}\cos\alpha - \cancel{m}\,\cancel{g}\,\text{sen}\,\beta = 0$

$\Leftrightarrow \text{sen}\,60° - \mu\cos 60° - \text{sen}\,30° = 0$

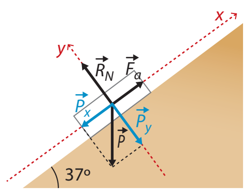
$\Leftrightarrow -0{,}5\mu = -0{,}37 \Leftrightarrow \mu = 0{,}74$

65.2.2. $F_R = P_{1x} - F_a - P_{2x}$

$\Leftrightarrow 2\cancel{m}\,a = \cancel{m}\,g\ \text{sen}\,70° - 0{,}2\cancel{m}\,g\cos 70° - \cancel{m}\,g\ \text{sen}\,30°$

$\Leftrightarrow 2a = 9{,}4 - 0{,}68 - 5 \Leftrightarrow a = 1{,}86\ \text{m s}^{-2}$

66.



$\begin{cases} F_{R_y} = 0 \\ F_{R_x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_N - m\,g\cos\theta = 0 \\ F_a - m\,g\ \text{sen}\,\theta = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} R_N = 1 \times 10\cos 37° \\ \mu_e R_N = m\,g\ \text{sen}\,37° \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} R_N = 8\ \text{N} \\ 0{,}75 \times 8 = 1 \times 10\ \text{sen}\,37° \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 6 = 6 \end{cases}$

67.

67.1. $F_R = F - F_{a_A} - F_{a_B}$

$\Leftrightarrow (m_A + m_B)a = F - \mu_c\,m_A\,g - \mu_c\,m_B\,g$

$\Leftrightarrow 6\,a = 60 - 0{,}6 \times 4 \times 10 - 0{,}6 \times 2 \times 10$

$6a = 24 \Leftrightarrow a = 4\ \text{m s}^{-2}$

$\vec{a} = 4\,\vec{e}_x(\text{m s}^{-2})$

67.2. $F_{R_B} = m_B\,a \Leftrightarrow F_{R_B} = 2 \times 4 \Leftrightarrow F_{R_B} = 8\ \text{N}$

$\vec{F}_{R_B} = 8\,\vec{e}_x(\text{m s}^{-2})$

68.

68.1. $F_{R_{\text{sistema}}} = \underbrace{-P_A + R_{N_A}}_{0}\ \underbrace{-P_B + R_{N_B}}_{0}\ \underbrace{+T_B - T_C}_{0} + P_C$

$\Leftrightarrow (m_A + m_B + m_C)a = m_C\,g$

$\Leftrightarrow 9a = 2 \times 10 \Leftrightarrow a = 2{,}2\ \text{m s}^{-2}$

$F_{R_C} = P_C - T \Leftrightarrow m_C\,a = m_C\,g - T$

$\Leftrightarrow T = 2 \times 2{,}2 - 2 \times 10 \Leftrightarrow T = -15{,}6\ \text{N}$

$|T| = 15{,}6\ \text{N}$

68.2. $F_{R_A} = F_a \Leftrightarrow \cancel{m_A}\,a = \mu_e\,\cancel{m_A}\,g$

$\Leftrightarrow \mu_e = \dfrac{2{,}2}{10} \Leftrightarrow \mu_e = 0{,}22$

69.

69.1. $F_{R_y} = 0$

$R_N - F_y - P = 0 \Leftrightarrow R_N = F\ \text{sen}\,\theta + m\,g$

$\Leftrightarrow R_N = 100\ \text{sen}\,30° + 30 \times 10 \Leftrightarrow R_N = 350\ \text{N}$

69.2. $F_{R_x} = 0$

$F_x - F_a = 0 \Leftrightarrow F\cos\theta = \mu_c R_N$

$\Leftrightarrow \mu_c = \dfrac{100\cos 30°}{350} \Leftrightarrow \mu_c = 0{,}25$

70.

70.1. $E_{m_i} = E_{m_f} \Leftrightarrow 0 + \cancel{m}\,g\,h_i = \dfrac{1}{2}\cancel{m}\,v_f^2 + 0$

$\Leftrightarrow 10 \times 5 = \dfrac{1}{2}v_f^2 \Leftrightarrow v_f = 10\ \text{m s}^{-1}$

70.2. $\text{sen}\,20° = \dfrac{5}{\Delta x} \Leftrightarrow \Delta x = 14{,}6\ \text{m}$

$F_R = P_x - F_a \Leftrightarrow \cancel{m}\,a = \cancel{m}\,g\ \text{sen}\,\alpha - \mu_c \cancel{m}\,g\cos\alpha$

$\Leftrightarrow a = 10\ \text{sen}\,20° - 0{,}25 \times 10\cos 20° \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = 1{,}1\ \text{m s}^{-2}$

$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x \Leftrightarrow v^2 = 0 + 2 \times 1{,}1 \times 14{,}6$

$\Leftrightarrow v = 5{,}7\ \text{m s}^{-1}$

70.3. $\%E_{\text{dissipada}} = \dfrac{\Delta E_m}{E_{m_i}} \times 100$

$\Leftrightarrow \%E_{\text{dissipada}} = \dfrac{\left(0 + \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_f^2\right) - (\cancel{m}\,g\,h_i + 0)}{(\cancel{m}\,g\,h_i + 0)} \times 100$

$\Leftrightarrow \%E_{\text{dissipada}} = \dfrac{\frac{1}{2} \times 5{,}7^2 - 10 \times 5}{10 \times 5} \times 100$

$\%E_{\text{dissipada}} = -67{,}5\%$

71.

71.1. $F_{R_y} = F_a \Leftrightarrow 1 \times 3 = F_a \Leftrightarrow F_a = 3\ \text{N}$

71.2. $F_{R_{\text{sist}}} = m_{\text{sist}}\,a \Leftrightarrow F - F_a = 9 \times 3$

$\Leftrightarrow F = 27 + 0{,}2 \times 9 \times 10 \Leftrightarrow F = 45\ \text{N}$

72.

72.1. $F_R = -P_x - F_a$

$\Leftrightarrow \cancel{m}\,a = -\cancel{m}\,g\ \text{sen}\,\theta - \mu_c \cancel{m}\,g\cos\theta$

$\Leftrightarrow a = -10\ \text{sen}\,15° - 0{,}2 \times 10\cos 15°$

$\Leftrightarrow a = -4{,}52\ \text{m s}^{-2}$

$\vec{a} = -4{,}52\,\vec{e}_x(\text{m s}^{-2})$

72.2. $v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x \Leftrightarrow 0 = 6^2 - 2 \times 4{,}52\,\Delta x$

$\Leftrightarrow \Delta x = 3{,}98\ \text{m}$