

Eduardo Sá Silva

Árvores de Decisão nos projetos de investimento

VidaEconómica

RESUMO

No mundo dos negócios, decidir em ambientes incertos e voláteis tornou-se recorrente. Deste modo, devem-se utilizar instrumentos que permitam melhorar substancialmente o desempenho, identificando a incerteza, avaliando as relações e o impacto potencial nos resultados.

As árvores de decisão são ferramentas que podem ser utilizadas para dar ao agente a capacidade para decidir. Estas têm sido utilizados em vários campos, mas, no caso do presente estudo, em análise de projetos de investimento.

Uma árvore de decisão é uma representação de uma tabela de decisão sob a forma de uma árvore. Tem a mesma utilidade da tabela de decisão, tratando-se de uma forma alternativa de expressar as mesmas regras que são obtidas quando se constrói a referida tabela.

Deste modo, a árvore de decisão é uma maneira gráfica de visualizar as consequências de decisões atuais e futuras, bem como os eventos aleatórios relacionados. Ela permite a conceptualização e o controlo de um bom número de problemas de investimentos sujeitos a riscos.

O presente trabalho vem apresentar uma série de exemplos de aplicação deste instrumento a situações em que a tomada de decisão ocorre em ambiente de incerteza e vem no seguimento de outras obras publicadas pelo autor, a saber: “Gestão Financeira – Análise

de Investimentos”, “Gestão Financeira – Análise de Fluxos Financeiros” e “Gestão Financeira – Opções Reais”.

Palavras-chave: árvore de decisão, incerteza, risco, opções reais, nodo de incerteza, nodo de decisão, desenlace, valor atualizado líquido (VAL), valor atual (VA), diagrama de influência, tabela de decisão

INTRODUÇÃO

De acordo com as metodologias tradicionais de análise de projetos de investimento, nomeadamente, o VAL (valor atual ou atualizado líquido) e a TIR (taxa interna de rentabilidade ou rendibilidade), assume-se que os projetos são independentes e que se aceitavam ou não de acordo com o valor esperado para o VAL. Uma vez adotada a decisão de investimento, já não se pode fazer mais nada ao longo do período da vida do projeto, e há que se conformar em observar os resultados das decisões tomadas no momento inicial. As decisões de investimento não só se consideravam independentes umas das outras, mas igualmente se consideravam independentes no tempo ou no período em que ocorressem, ainda que os seus efeitos só tivessem impacto num determinado momento. No entanto, o que se passa é que as decisões de investimento acontecem no período alargado da vida do projeto, e não só no início; ademais, as decisões de investimento podem estar interligadas no tempo, é dizer que uma decisão de investimento num momento concreto do tempo condiciona as decisões de investimento futuras e, por sua vez, estas são condicionadas pelas decisões de investimento tomadas anteriormente e pela evolução do comportamento do meio económico envolvente (nível da procura, preços, conjuntura económica geral, etc.). Neste caso, está-se em presença de decisões de investimento sequenciais ou *multistage*, por oposição às decisões de investimento simples, que são independentes umas das outras, mas igualmente independentes do desenrolar económico, perdendo-se assim a possibilidade de

retificar procedimentos e decisões à luz da nova informação que, com o transcurso do tempo, vai proporcionando a própria dinâmica económica.

Nos processos dinâmicos e adaptativos de investimento tem especial relevo o conceito de árvore de decisão, como instrumento ilustrativo das distintas alternativas de investimento que durante o período da vida do projeto (ou horizonte económico) se podem apresentar ao empresário, de acordo com os possíveis estados do desenvolvimento do meio económico envolvente.

O CONCEITO DE ÁRVORE DE DECISÃO

As árvores de decisão são instrumentos da teoria da decisão cujas aplicações se estendem a diversas áreas da ciência, incluindo a análise de projetos (Raifa, 1968). As árvores de decisão permitem representar, numa estrutura em árvore, as sequências de decisões e acontecimentos incertos que podem incorrer num problema de decisão, e determinar, a partir daí, uma estratégia ótima para o problema.

Nas árvores de decisão utilizam-se geralmente dois tipos de nodos (também designados por nós): nodos de incerteza que representam os acontecimentos incertos e são geralmente identificados por um círculo, e nodos de decisão, que representam decisões a tomar pelo gestor e são geralmente identificados por um quadrado ou retângulo. Exemplos destes dois tipos de nodos, com os respetivos ramos ou arcos:

Figura 1: Nodo de incerteza (com três ramos ou arcos)

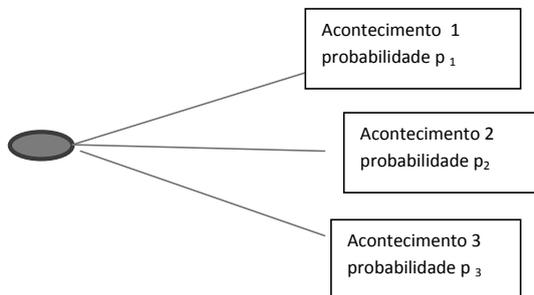
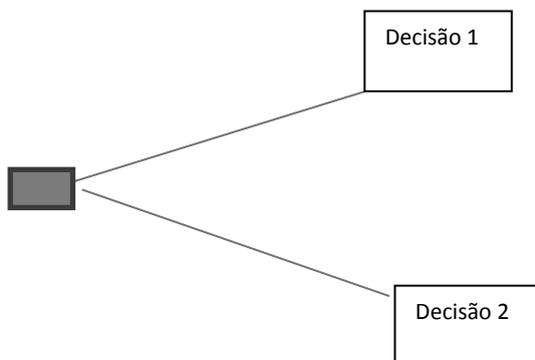


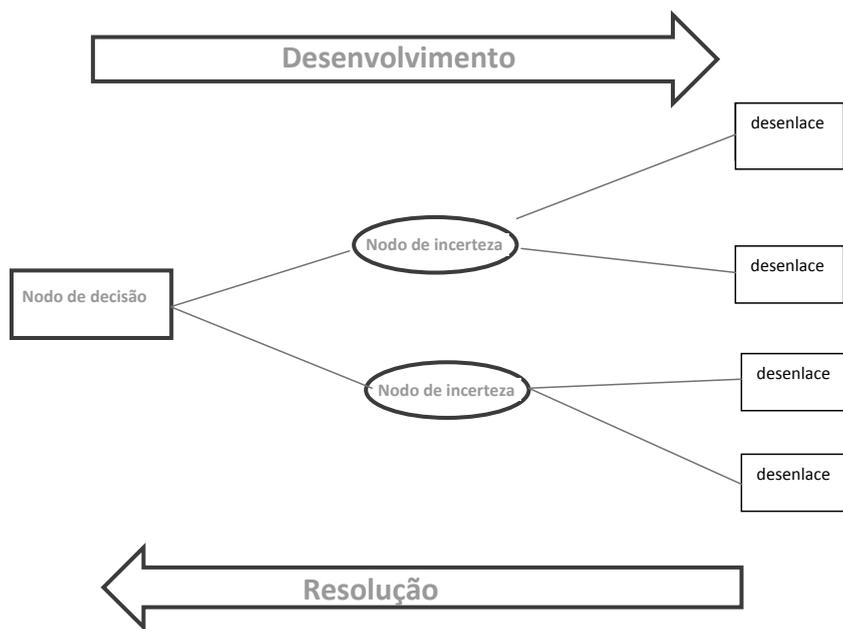
Figura 2: Nodo de decisão (com dois ramos ou arcos)



As árvores de decisão podem ser muito complexas, mas são sempre feitas a partir de três elementos:

- 1) Estrutura hierárquica: chama-se estrutura hierárquica àquela em que existe um só tronco principal do qual saem os ramos. Cada ramo, por sua vez, é uma outra estrutura hierárquica. Este tipo de estrutura decorre do facto de as árvores de decisão descreverem sequências de acontecimentos no tempo.
- 2) Uma coleção de atributos (representados por nodos): Nos pontos onde o tronco se divide ou onde os ramos se subdividem, aparecem as variáveis do problema, isto é, os fatores conhecidos como capazes de influenciar o desenlace representados pelos nodos. Temos, assim, os nodos de decisão, onde o gestor tem de tomar uma decisão, e os nodos de incerteza, que são acontecimentos incertos que o gestor não domina, mas acerca dos quais conhece as probabilidades de ocorrência.
- 3) Uma coleção de desenlaces: cada desenlace tem um valor associado, como o VAL ou o lucro/perda que o gestor enfrenta se ele se der.

Figura 3: Um exemplo de árvore de decisão



Deve-se destacar que a árvore desenvolve-se, no tempo, da esquerda para a direita e a sua resolução é feita da direita para a esquerda.

O princípio da resolução é efetuado da seguinte forma. Quando se encontra um nodo de incerteza, calculam-se as consequências para a totalidade dos ramos que dimanam desse nodo. Os ramos representam, assim, os acontecimentos (ou situações naturais) possíveis. Estes acontecimentos estão combinados com probabilidades, de tal forma que o total das probabilidades referentes ao mesmo nodo de incerteza seja igual a 1. Quando se encontra um nodo de decisão, calculam-se as consequências para cada ramo do nodo e escolhe-se a decisão correspondente ao ramo cujo valor seja mais elevado.

Deste modo, qualquer problema de decisão sequencial pode caracterizar-se por estes três elementos. O primeiro deles, a estrutura hierárquica, determina a complexidade do problema.

Assim, a questão central na construção de uma árvore de decisão radica nos seguintes dois aspectos:

- 1) Valorizar os desenlaces, isto é, os ramos, que não têm continuidade, independentemente das probabilidades que lhe estejam associadas. O valor esperado dos resultados atribuídos a cada desenlace pode ser o VAL, o VA, o lucro/perda, ou, mesmo, utilidades. Estes desenlaces podem apresentar-se de forma discreta ou contínua.
- 2) Conhecer as probabilidades dos eventos aleatórios, utilizando o teorema de Bayes¹. As decisões geralmente não se tomam de forma isolada, mas sim em cadeia: por isso, no decorrer do processo de decisão pode surgir nova informação que aconselha a retificar a política inicialmente adotada. Isto irá colocar a questão: como conciliar a informação *a priori* ou “subjéctiva” e a informação que provém da experiência ou “objectiva”? O teorema de Bayes permite resolver esta questão. Fazendo uso das probabilidades de partida e da informação adicional, vai permitir obter as probabilidades revistas ou *a posteriori*. Permite-se, assim, deduzir as probabilidades de ocorrências complexas partindo de ocorrências mais elementares ou simples, mas, igualmente, proceder em retroação, isto é, em lugar de procurar as probabilidades das consequências, pode-se procurar as probabilidades das causas. Assim, se a ocorrência

1 - O teorema de Bayes é um corolário do teorema da probabilidade total que permite calcular a seguinte probabilidade:

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(B|A) \Pr(A)}{\Pr(B)}$$

- $\Pr(A)$ e $\Pr(B)$ são as probabilidades *a priori* de A e B
- $\Pr(B|A)$ e $\Pr(A|B)$ são as probabilidades *a posteriori* de B condicionada a A e de A condicionada a B, respetivamente.

A regra de Bayes mostra como alterar as probabilidades *a priori* tendo em conta novas evidências de forma a obter probabilidades *a posteriori*.

A depende da causa X ou das causas X_1, X_2, \dots , o teorema de Bayes permite determinar que causas determinaram a ocorrência de A . Estas probabilidades são denominadas revistas ou *a posteriori*, que se contrapõem às probabilidades *a priori* que se baseiam nas informações de partida ou iniciais, derivadas da análise económica anterior, que devem ser “revistas”, à medida que nova informação seja obtida pela experiência, com o objetivo de eliminar a incerteza e se poder decidir com maiores garantias de êxito. Deste modo, as probabilidades revistas ou *a posteriori* podem ser novamente consideradas como probabilidades *a priori*, e serem novamente testadas. O teorema de Bayes permite, assim, um processo sequencial e adaptativo que se ajusta à evolução da realidade económica.

EXEMPLOS DE ÁRVORES DE DECISÃO

EXEMPLO 1

CAMIÃO GRANDE *VERSUS* CAMIÃO PEQUENO

(adaptado de Brealy, R.; Myers, S. e Allen, F. (2007), *Princípios de Finanças Empresariais*, 8ª Edição, pp 262-268)

A empresa XL, que se dedica ao transporte de mercadorias, está indecisa entre adquirir um camião maior (que satisfaz qualquer tipo de procura) ou um camião mais pequeno, e no caso de a procura ser alta, adquirir uma carrinha de apoio. Existe uma probabilidade de 40% da procura, no primeiro ano, ser baixa. Se assim for, a probabilidade de a procura no segundo ano e seguintes ser baixa é de 60%. Por outro lado, se a procura for alta no primeiro ano, ou seja, uma probabilidade de 60%, existe uma forte probabilidade, de 80%, de continuar a ser alta nos anos seguintes.

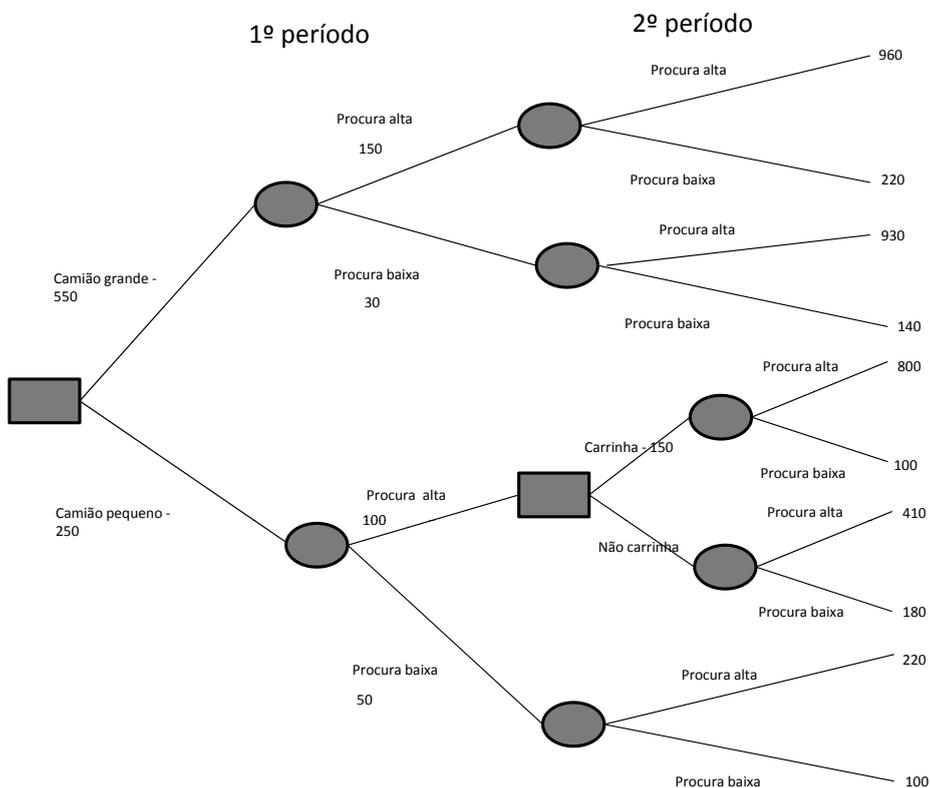
Relativamente aos valores esperados dos desenlaces, vão ser considerados os fluxos de tesouraria reportados ao segundo ano certos equivalentes. Refira-se que os fluxos certos equivalentes são os fluxos seguros que têm o mesmo valor atual dos fluxos atuais incertos. Isto significa que podem ser atualizados com a taxa de juro sem risco de mercado.

O problema imediato é o de decidir qual o tipo de camião a comprar. Um camião grande custa 550 u.c. (unidades de conta). Um camião pequeno custa 250 u.c., mas tem menos capacidade e

atrai menos clientes. No caso da carrinha de apoio, tem um custo de 150 u.c.

Deste modo, as questões que se colocam são: se deve começar com um camião pequeno que satisfaz a procura baixa e adquirir uma carrinha se a procura for alta, nos anos seguintes, perdendo-se algumas oportunidades se a procura for alta? Ou comprar de imediato um camião grande que satisfará de imediato qualquer tipo de procura, em qualquer ano, mas tem um custo de aquisição significativamente maior?

Figura 4: Construção da árvore da empresa XL



De acordo com a estrutura da árvore (que se inicia com o tronco principal), aparece um primeiro nodo de decisão: caminhão grande / caminhão pequeno, ao que se segue um nodo de incerteza no 1º período (procura alta *versus* procura baixa com probabilidade de 60% e 40%, respetivamente). No caso de caminhão pequeno – procura alta no 1º período –, surge um nodo de decisão (aquisição ou não de uma carrinha). No 2º período, surge um nodo de incerteza (procura alta *versus* baixa, com probabilidades condicionadas ao que aconteceu no 1º período). Finalmente, têm-se os diversos desenlaces com os VAL 's (considera-se que o VAL tem por base os fluxos de tesouraria) associados a cada um dos ramos.

Camião Grande

Quadro 1: Alternativa do caminhão grande

período inicial	1º período			2º período		
Investi. -550,00	procura alta	60,00%	150,00	procura alta	80,00%	960,00
				procura baixa	20,00%	220,00
				valor esperado		812,00
				taxa de atualização	10,00%	0,91
				valor atual reportado 1º período		738,18
	fluxos caixa alta		888,18			
	valor esperado		532,91			
	taxa de atualização	10,00%	0,91			
	valor atual reportado período inicial		484,46			
	procura baixa	40,00%	30,00	procura alta	40,00%	930,00
				procura baixa	60,00%	140,00
				valor esperado		456,00
				taxa de atualização	10,00%	0,91
				valor atual reportado 1º período		414,55
	fluxo caixa baixa		444,55			
	valor esperado		177,82			
	taxa de atualização	10,00%	0,91			
	valor atual reportado período inicial		161,65			
	total fluxos de caixa		646,12			
VAL	96,12					

Notas explicativas

2º período:

- Os valores das procuras alta e baixa [probabilidades de 80% e 20%, com os VAL 's (valores atualizados dos fluxos a partir do 2º ano) de 960,00 e 220,00, respetivamente] correspondem aos desenlaces, consequência de a procura ser alta no 1º período.
- O valor esperado de 812,00 corresponde a $80\% \times 960,00 + 20\% \times 220$, e são atualizados para o 1º período, a uma taxa sem risco de 10% (esta taxa foi considerada desse modo dado que se consideraram os fluxos certos), o que dá 738,18.
- Os valores das procuras alta e baixa (40% e 60%, com os VAL 's de 930,00 e 140,00, respetivamente) correspondem aos desenlaces, consequência de a procura ser baixa no 1º período.

1º período:

- O fluxo de caixa da procura alta corresponde ao somatório do fluxo do período (150,00) com o fluxo atualizado do 2º período para o 1º período (738,18), o que totaliza (888,18). Este fluxo de caixa é depois ponderado com a respetiva probabilidade de 60% e atualizado para o momento inicial (484,46).
- O fluxo de caixa da procura baixa corresponde ao somatório do fluxo do período (30,00) com o fluxo atualizado do 2º período para o 1º período (414,55), o que totaliza (444,55). Este fluxo de caixa é depois ponderado com a respetiva probabilidade de 40% e atualizado para o momento inicial (161,65).

O VAL do camião grande:

O VAL de 96,12 corresponde à diferença entre o somatório dos valores atuais ($646,12 = 484,46 + 161,65$) e o investimento no momento inicial (550,00).

Árvores de Decisão

nos projetos de investimento

As árvores de decisão são ferramentas que podem ser utilizadas para dar ao agente a capacidade para decidir. As árvores de decisão têm sido utilizadas em vários campos, mas, no caso do presente estudo, em análise de projetos de investimento.

O presente trabalho vem apresentar uma série de exemplos de aplicação deste instrumento a situações em que a tomada de decisão ocorre em ambiente de incerteza e vem no seguimento de outras obras publicadas pelo autor.

Visite-nos em
livraria.vidaeconomica.pt

www.vidaeconomica.pt

ISBN: 978-972-788-823-8

