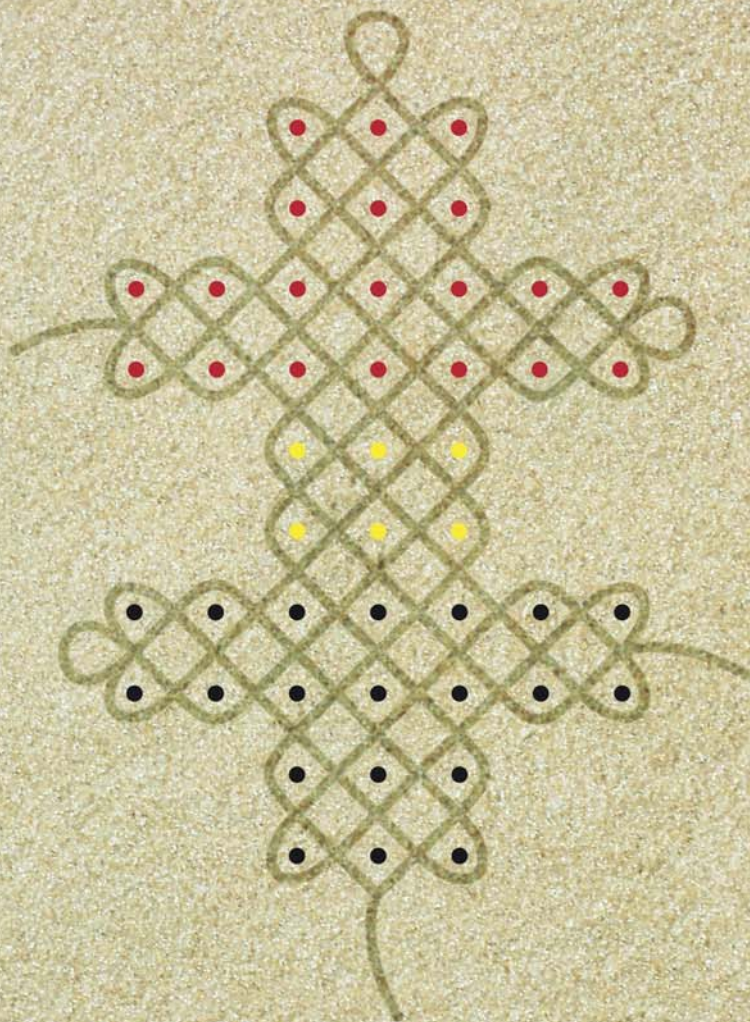


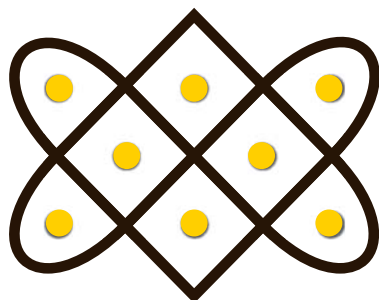


Viver a Matemática

DESENHOS DE ANGOLA

Paulus Gerdes

lúmus



Viver a Matemática

DESENHOS DE ANGOLA

Paulus Gerdes

Viver a Matemática
DESENHOS DE ANGOLA

Autor: Paulus Gerdes

Desenhos: Paulus Gerdes

Fotografias: As fotografias referentes à cultura cokwe são de Mário Fontinha, tiradas nos anos 1940 e 1950, reproduzidas a partir do seu livro: *Desenhos na areia dos Quiocos do Nordeste de Angola*, Instituto de Investigação Científica Tropical, Lisboa, 1983.

Capa: Fábrica Mutante

© EDIÇÕES HÚMUS, LDA, 2013

End. Postal: Apartado 7081

4764-908 Ribeirão – V. N. Famalicão – Portugal

Telef.: 252 301 382 Fax: 252 317 555

humus@humus.com.pt

e Paulus Gerdes, Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação,
Instituto Superior de Tecnologia e Gestão (ISTEG), Boane, Moçambique
paulus.gerdes@gmail.com

Impressão: Papelmunde, SMG, Lda – V. N. Famalicão

1.^a edição: janeiro de 2013

Depósito legal n.º 311573/10

ISBN: 978-989-8549-79-2

ÍNDICE

4	Nota à edição portuguesa
5	Um belo passeio
6	Os Cokwe
8	A cegonha e o leopardo
9	O caçador e o cão
10	O galo e o raposo
11	Execução dos desenhos
14	Cágado
15	Antílope
17	Sequência de movimentos de um desenho
19	O ritmo de um desenho
19	Quantas linhas fechadas são necessárias?
25	Uma leoa e os seus filhotes
27	O estômago de um leão
30	Uma galinha em fuga
33	Eixos de simetria
37	Simetria rotacional
43	Algumas somas interessantes
47	Soma dos números ímpares
51	Gostou do passeio?
52	Respostas das atividades
60	Mais algumas atividades

NOTA À EDIÇÃO PORTUGUESA

Desenhos de Angola é um verdadeiro convite a viver a Matemática através de uma viagem pela cultura cokwe (ou será um convite à cultura cokwe através da vivência matemática?). Através das manifestações matemáticas em práticas culturais deste povo angolano, Paulus Gerdes (de)compõe conceitos e ideias matemáticas, didatizando-os.

Pela forma construtiva e clara com que o autor aborda os assuntos, o leitor poderá, à distância, beber um pouco da tradição *sona* dos Cokwe e simultaneamente deslumbrar-se com o conhecimento matemático aí desvendado.

As atividades propostas estimulam o desenvolvimento do raciocínio geométrico, sugerem relações com padrões pictóricos e numéricos e induzem a extrapolação para o domínio algébrico, estabelecendo conexões entre estes temas. O livro, numa perspetiva multicultural, desperta para experiências matemáticas suscetíveis de serem implementadas em salas de aula em Portugal, podendo vir a ser, por isso, uma mais-valia para todos os interessados pela Matemática e em particular para os professores desta disciplina. Fica o desafio...

Pela direção da Associação de Professores de Matemática
Joana Latas

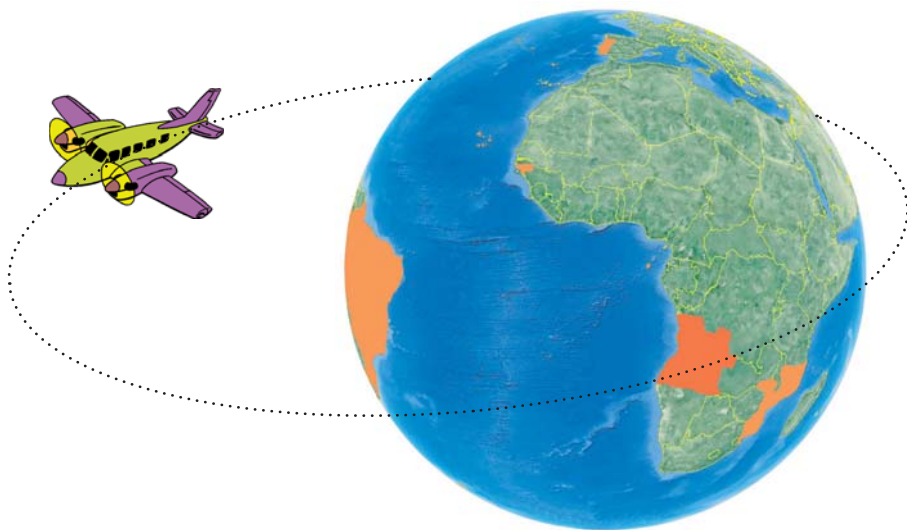
UM BELO PASSEIO

Quem não gosta de viajar?

Hoje vamos sonhar com uma bela viagem, para muito longe. Atravessaremos a África até chegarmos a Angola.

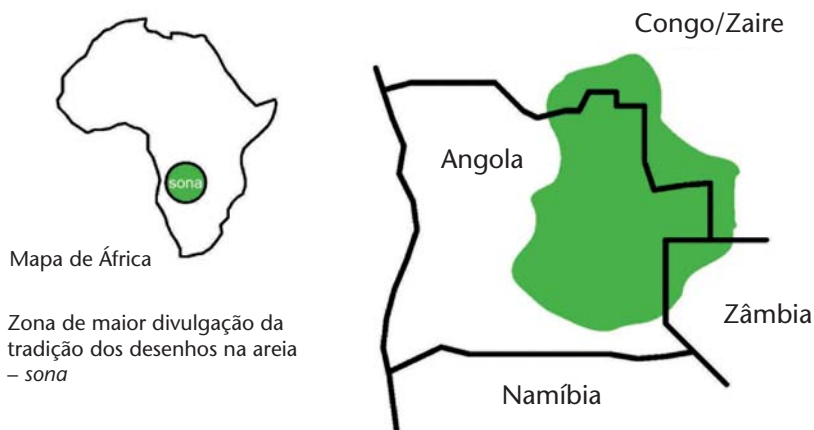
O leitor já deve ter ouvido falar em Angola. É um dos cinco países africanos onde também se fala o português. Tal como Moçambique, Guiné-Bissau, Cabo Verde, São Tomé e Príncipe, Timor Leste e Brasil, Angola era uma colónia de Portugal.

Lá, em Angola, vamos encontrar uma matemática interessante, com desenhos e problemas curiosos.



OS COKWE

A população cokwe vive no nordeste de Angola. É um povo de caçadores, que se dedica também à agricultura.



Os Cokwe são famosos pela sua arte. Gostam de ornamentar as paredes das casas com desenhos. Fabricam esteiras e cestos decorados. Modelam cerâmica, esculpem madeira e forjam o ferro.

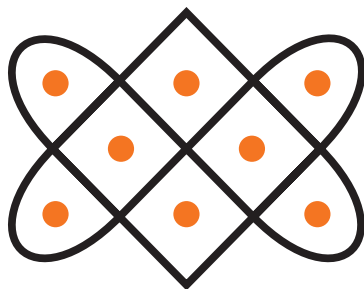
Neste livro, vamos falar sobre uma antiga tradição do povo cokwe: os seus desenhos, conhecidos no idioma local por *sona*.

Esses desenhos são geralmente executados na areia e servem para ilustrar historietas, lendas e adivinhações.



O passatempo favorito dos Cokwe é contar e ouvir histórias. Reunidos no centro da aldeia ou no acampamento de caça, à noite em volta da fogueira ou durante o dia à sombra das árvores, os Cokwe passam horas e horas contando ou ouvindo as suas histórias. Dessa forma, os jovens cokwe aprendem com a sabedoria dos mais velhos. Enquanto conta a história, o narrador vai desenhando no chão. Os ouvintes seguem com muita atenção a execução do desenho. Quando um desenhador hesita, os presentes começam a rir.

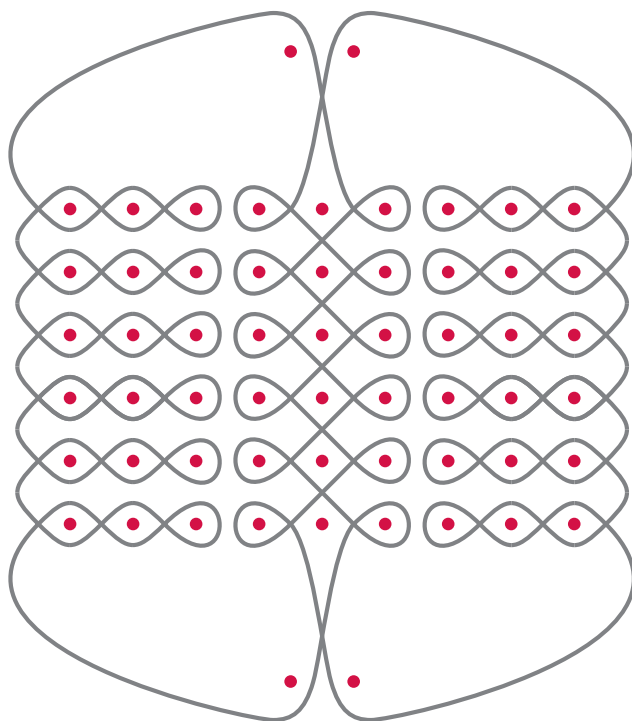
Vamos então conhecer algumas historietas e as suas ilustrações?



Vusamba Amizade

A CEGONHA E O LEOPARDO

Certo dia, o leopardo Kajama pediu à cegonha Kumbi algumas penas para forrar a sua toca. Passado um tempo, foi a ave que pediu a Kajama um pedaço da sua pele. Ao atender ao pedido, o leopardo Kajama veio a morrer. Os seus filhos procuraram vingar-se, mas Kumbi, que dominava bem o pântano, conseguiu escapar.

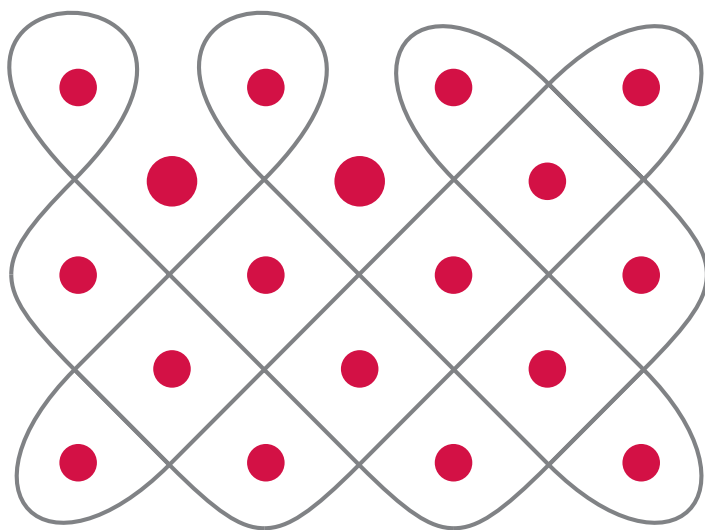


Neste desenho, os pontinhos representam o pântano pelo qual a cegonha corria.

O CAÇADOR E O CÃO

Conta um velho narrador que certo caçador, chamado Tshipinda, foi à caça levando o cão Kawa, e apanhou uma cabra-do-mato. De volta à aldeia, o caçador dividiu a carne com Calala, o dono do cão. Kawa ficou apenas com os ossos.

Depois de algum tempo, voltou Tshipinda a pedir os serviços do cão, mas este recusou-se a ajudá-lo. Disse ao caçador que levasse Calala, pois era com ele que costumava dividir a carne.

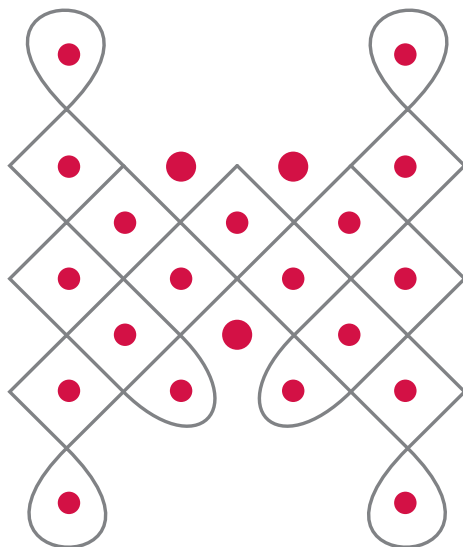


Neste desenho, o ponto isolado no centro representa o caçador, e o ponto isolado à esquerda, o cão.

O GALO E O RAPOSO

O galo Kanga e o raposo Mukuza pretendiam a mesma mulher. Pediram-na em casamento ao pai dela, que exigiu de ambos pagamento adiantado. Eles concordaram prontamente.

De repente, correu o boato de que a prometida havia falecido. Kanga rompeu num choro inconsolável, enquanto Mukuza apenas lamentava ter perdido o pagamento adiantado. Então o pai, que de propósito tinha espalhado o boato para ver quem merecia a sua filha, entregou-a ao galo, que revelou ter bom coração.



Neste desenho, o ponto isolado inferior representa a filha, e os dois pontos isolados superiores, os pretendentes.

ATIVIDADE 1

- Reproduza os desenhos alusivos às duas primeiras historietas. Mas atenção: a linha deve ser única e contínua, isto é, o desenho deve ser feito sem que se tire o lápis do papel. Além disso, não se pode passar uma segunda vez sobre a linha; é permitido apenas cruzá-la.
- Da mesma maneira, execute o desenho alusivo à história *O galo e o raposo*. Para fazê-lo sem tirar o lápis do papel e sem passar pela linha duas vezes, por onde deve começar? A resposta encontra-se no final do livro.

EXECUÇÃO DOS DESENHOS

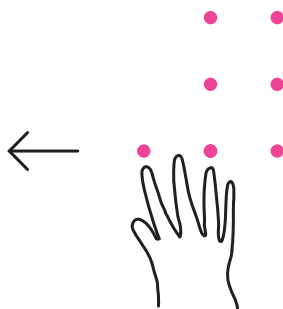
Para os Cokwe, esses desenhos são a sua escrita.

É uma escrita peculiar, sem letras, sem alfabeto.

É uma linguagem composta por pontos e linhas.

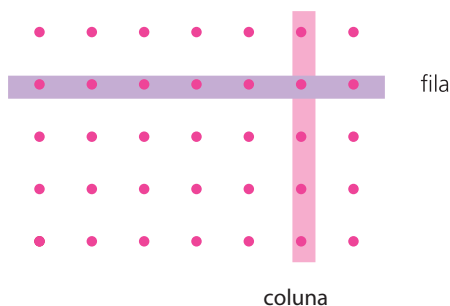
Querem saber como esses desenhos são executados na areia?

Depois de limpar e alisar o solo, o narrador de contos, que é ao mesmo tempo o desenhador, marca inicialmente os pontos com as extremidades dos dedos estendidos. Utiliza o dedo indicador e o anelar.



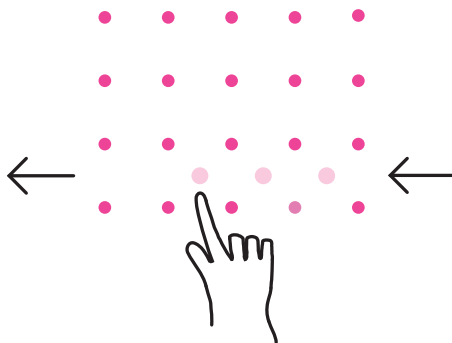
Ao marcar os pontos seguindo da direita para a esquerda, para garantir que a distância entre dois pontos consecutivos de uma fila seja sempre a mesma, mantém a ponta do dedo anelar no último ponto marcado no terreno, enquanto marca um novo ponto com o indicador.

Desse modo, os Cokwe marcam na areia uma rede retangular de pontinhos. As filas são perpendiculares às colunas de pontinhos.

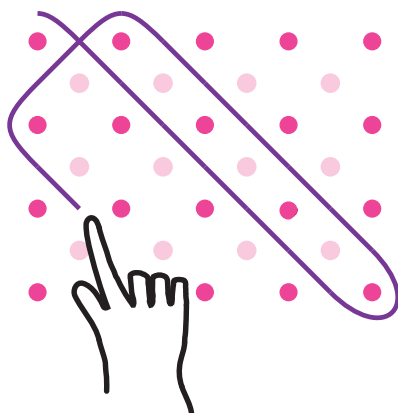


*Esta rede retangular tem as dimensões 5 por 7.
Isso significa que ela tem 5 filas e 7 colunas.*

Dependendo do desenho a ser executado, às vezes é necessário marcar pontos adicionais nos centros dos quadrados da rede de pontinhos.

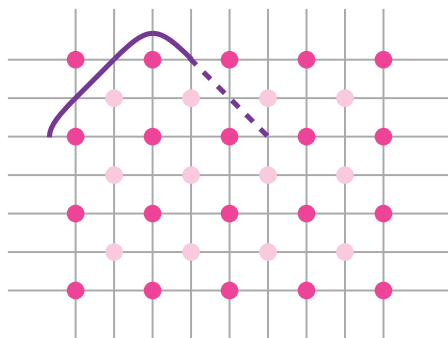


Uma vez marcados todos os pontos necessários, inicia-se a execução da figura. Os Cokwe estão acostumados a desenhar na areia com o indicador da mão direita.

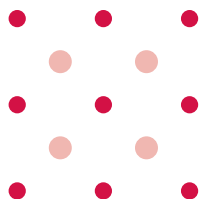


Podemos executar os desenhos cokwe no papel, usando lápis ou caneta colorida. Mas, se quiser, experimente desenhar na areia ou mesmo no chão, na terra batida.

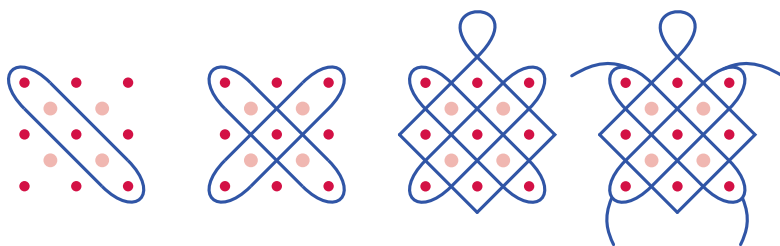
Para simplificar a execução das atividades que aparecerão ao longo deste livro, sugerimos usar como base uma folha de papel quadriculado. E mãos à obra



CÁGADO



Este desenho na areia representa um cágado. Ele foi feito sobre uma rede retangular 3 por 3, com pontos adicionais.

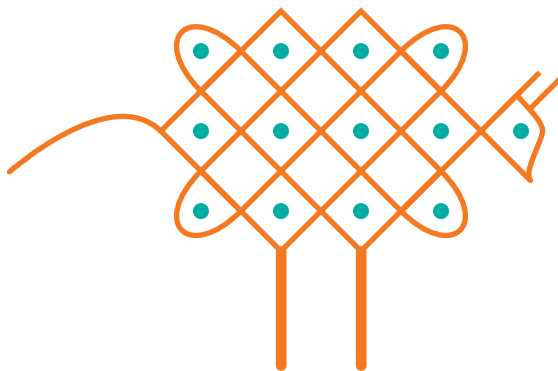


Por fim, é só acrescentar os pés.

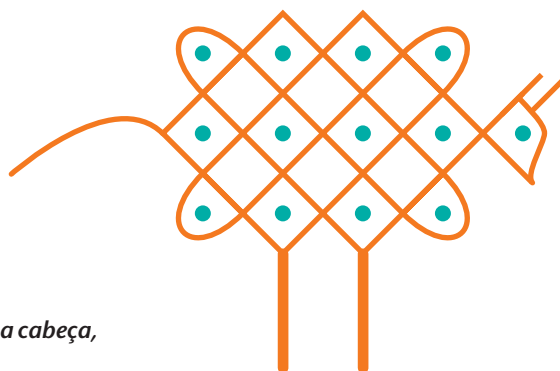
Sem contar as patas do animal, o desenho é composto por três linhas fechadas.

Observe bem a fotografia. Repare que, por se tratar de um desenho sobre a areia, é fácil perceber que linha foi traçada primeiro.

ANTÍLOPE

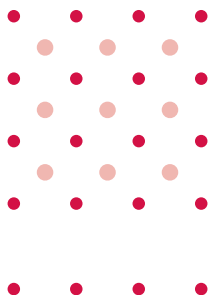


Este antílope foi desenhado sobre uma rede retangular 3 por 4.



*Por fim, acrescenta-se a cabeça,
a cauda e os pés.*

ATIVIDADE 2

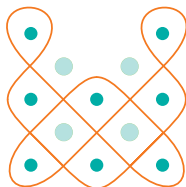


Rede sobre a qual foi executado o desenho

- Esta figura representa as tripas de um animal.
- Por quantas linhas é composto o desenho?
- Por onde começou o desenhador a traçar a primeira linha?
- E onde terminou ele a última linha?

ATIVIDADE 3

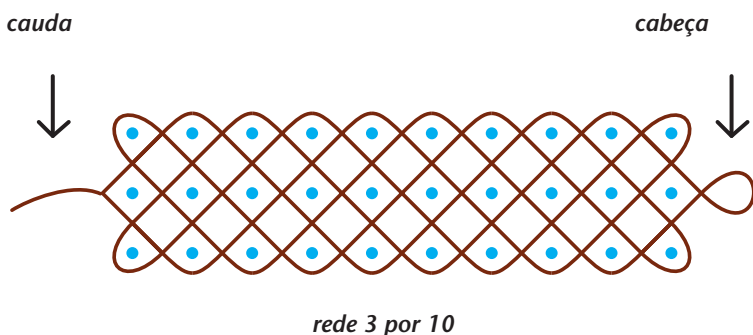
Mesmo os menos afortunados têm igual direito a serem tratados com humanidade. Essa é a ideia que o desenho a seguir exprime.



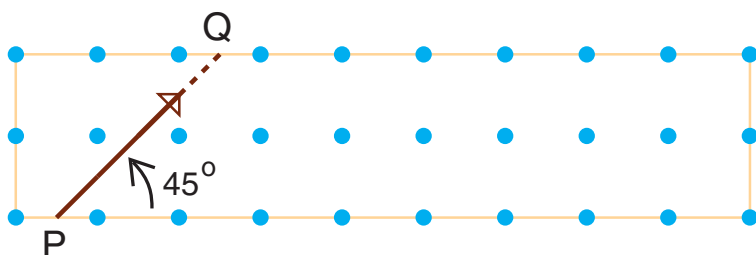
Sem contar a árvore, a figura é feita numa só linha fechada. Observe bem a figura. Por onde iniciou o desenhador o seu traçado? E em que direção?

SEQUÊNCIA DE MOVIMENTOS DE UM DESENHO

Vamos desenhar uma leoa numa rede 3 por 10, sem pontinhos adicionais.

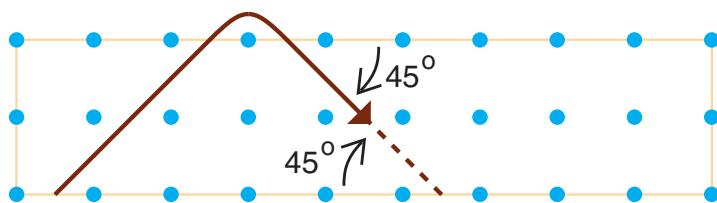


Para executar esse desenho, pode-se começar por P, seguindo na direção de Q.



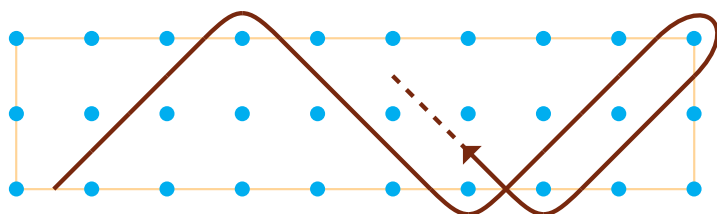
Repare que a linha PQ faz um ângulo de 45° com os lados do retângulo de pontinhos.

Ao chegar ao lado oposto do retângulo, a linha faz uma curva sob um ângulo de 90° . Por outras palavras, a direção da linha antes da curva é perpendicular à direção da linha depois da curva.

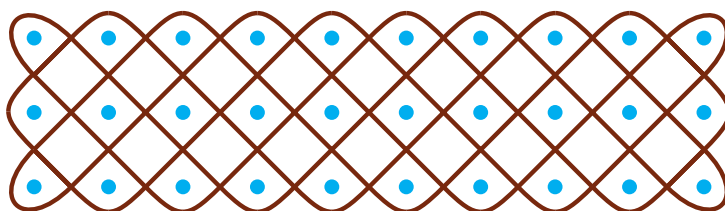


Repare que, depois da curva, a linha faz novamente um ângulo de 45° com os lados do retângulo de pontinhos.

Chegando ao vértice do retângulo, a linha contorna-o e passa a caminhar na mesma direção que seguia antes da curva, mas agora no sentido oposto.



Depois de ter abraçado todos os pontinhos da rede, a linha termina onde começou. Trata-se, portanto, de uma linha *fechada*.



Por fim, acrescenta-se a cabeça e a cauda.

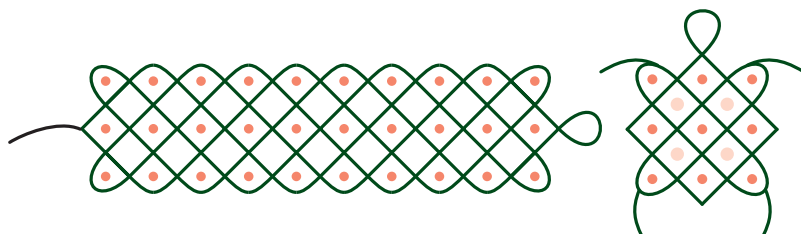
Essa sequência de movimentos que acabámos de descrever determina um *ritmo*, que é o que caracteriza o desenho da leoa. O ritmo não depende do tamanho da rede de pontinhos.

ATIVIDADE 4

- Construa uma leoa de dimensões 3 por 8, e um leãozinho de dimensões 2 por 7.
- Construa agora uma leoa de dimensões 3 por 9. Quantas linhas fechadas compõem esse desenho?

O RITMO DE UM DESENHO

Compare agora os desenhos da leoa e do cágado.



No caso dessa leoa 3 por 10, foi necessária uma única linha fechada para abraçar todos os pontinhos, enquanto no desenho do cágado foram necessárias três linhas fechadas.

Apesar da diferença nas dimensões das redes e no número de linhas fechadas, os dois desenhos foram executados da mesma maneira. Eles caracterizam-se pelo mesmo tipo de movimento, eles têm o mesmo *ritmo*.

QUANTAS LINHAS FECHADAS SÃO NECESSÁRIAS?

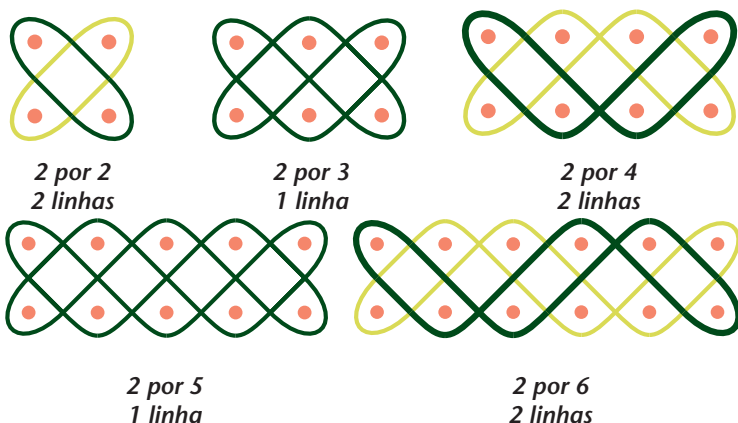
O número de linhas necessárias para executar um desenho varia com o desenho e com as dimensões da rede de pontinhos.

No caso de desenhos desse tipo, como o da leoa ou o do cágado, não só em Angola, mas também noutros países africanos, tais como Gana e Congo, muitos adultos e crianças sabem dizer imediatamente *quantas* linhas são necessárias – é só mostrar-lhes a rede.

Ao ver uma rede retangular de pontinhos de dimensões 4 por 6, dizem prontamente que são necessárias duas linhas para construir a leoa. Quando lhes perguntam quantas linhas são necessárias para abraçar do mesmo modo todos os pontinhos de uma rede de dimensões 5 por 7, imediatamente respondem que uma única linha bastará.

Decerto o leitor também quer saber quantas linhas são necessárias em cada caso, mesmo antes de executar o desenho. Qual será a regra?

Investiguemos juntos essa questão, começando pela rede composta de duas filas.

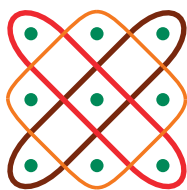


Nas redes com duas filas, quando existem dois, quatro ou seis pontinhos em cada fila, precisa-se de duas linhas fechadas. No caso de haver três ou cinco pontinhos em cada fila, o desenho é feito com uma única linha.

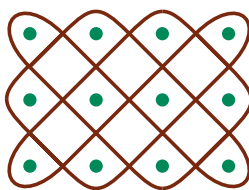
ATIVIDADE 5

- Adivinhe o que acontecerá no caso de duas filas e oito colunas. Verifique depois, executando o desenho.
- Quantas linhas serão necessárias quando houver duas filas e sete colunas? Adivinhe o resultado e verifique-o depois.

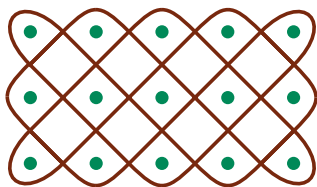
Vamos agora investigar os desenhos executados na rede de três filas.



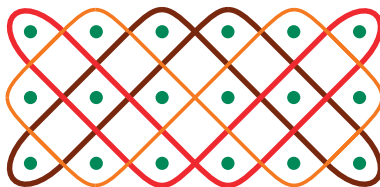
3 por 3
3 linhas



3 por 4
1 linha



3 por 5
1 linha

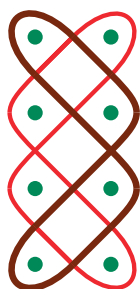


3 por 6
3 linhas

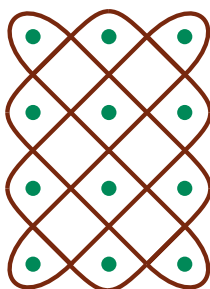
Neste caso, quando há três ou seis pontinhos em cada fila, são necessárias três linhas, mas com quatro ou cinco pontinhos em cada fila precisa-se de uma única linha.

Afinal, qual é a regra? É difícil perceber, não é?

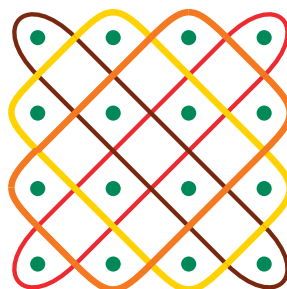
Continuemos então a ver mais exemplos, desta vez observando os desenhos executados na rede de quatro filas.



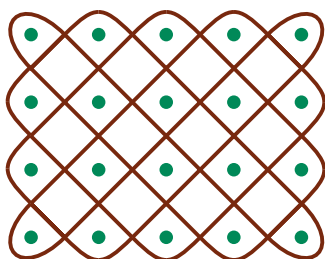
*4 por 2
2 linhas*



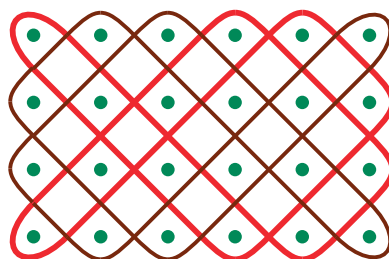
*4 por 3
1 linha*



*4 por 4
4 linhas*



*4 por 5
1 linha*



*4 por 6
2 linhas*

Nas redes 4 por 3 e 4 por 5, uma só linha basta. Nas redes 4 por 2 e 4 por 6, precisa-se de duas linhas fechadas. E, na rede 4 por 4, são necessárias quatro linhas!

Ainda é difícil descobrir a regra? Então vamos dar-lhe uma ajuda.

O nosso problema é o seguinte: conhecemos dois números (o número de filas e o de colunas da rede de pontinhos) e a

partir deles queremos obter um terceiro número: o número de linhas fechadas necessárias para fazer o desenho.

Em Matemática, existem muitas maneiras de obter um número a partir de outros dois: podemos somá-los, ou então subtrair um do outro, ou ainda multiplicá-los; podemos também obter o menor múltiplo comum de ambos. Aprendemos assim outras maneiras de obter um número a partir de outros dois.

Para facilitar a investigação, experimente organizar uma tabela registrando os resultados conhecidos até aqui.

FILAS	COLUNAS	LINHAS FECHADAS
2	2	2
2	3	1
2	4	2
2	5	1
2	6	2
3	3	3
3	4	1
3	5	1
3	6	3
4	2	2
4	3	1
4	4	4
4	5	1
4	6	2

E então? O terceiro número é sempre a soma dos outros dois? Ou é a diferença entre eles? Experimente todas as maneiras que conhece de obter um número a partir de outros dois. Garantimos que a regra procurada envolve uma operação que já estudou. Insista. O seu trabalho será recompensado pelo prazer da descoberta!